Р 50.1.040—2002

Р Е К О М Е Н Д А Ц И И   П О   С Т А Н Д А Р Т И З А Ц И И

Статистические методы

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Термины и определения

Издание официальное

ГОССТАНДАРТ РОССИИ
М о с к в а

Предисловие

1 РАЗРАБОТАНЫ И ВНЕСЕНЫ Техническим комитетом по стандартизации ТК 125 «Статистические методы в управлении качеством продукции»;

Акционерным обществом «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (АО «НИЦ КД»)

2 ПРИНЯТЫ И ВВЕДЕНЫ В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Госстандарта России от 2 октября 2002 г. № 362-ст

3 Настоящие Рекомендации по стандартизации, за исключением разделов 1а, 1б и приложения А, представляют собой аутентичный текст международного стандарта ИСО 3534-3—99 «Статистика. Словарь и условные обозначения. Часть 3. Планирование экспериментов»

4 ВВЕДЕНЫ ВПЕРВЫЕ

Содержание

1а Область применения 1
1б Нормативные ссылки 1
1 Общие термины 1
2 Расположения экспериментов 4
3 Методы анализа 6
Алфавитный указатель терминов на русском языке 7
Алфавитный указатель терминов на английском языке 9
Алфавитный указатель терминов на французском языке 11
Приложение А Пояснения и примеры к терминам, приведенным в настоящих рекомендациях . . 13

Введение

Установленные в настоящих рекомендациях термины расположены в систематизированном порядке и отражают систему понятий в области планирования экспериментов.

Для каждого понятия установлен один стандартизованный термин.

Недопустимые термины-синонимы, набранные курсивом, приведены в круглых скобках после стандартизованного термина и обозначены пометой «Ндп.».

Термины-синонимы, набранные курсивом, но без пометы «Ндп.» приведены в качестве справочных данных и не являются стандартизованными.

Заключенная в круглые скобки часть термина может быть опущена при использовании термина в документах по стандартизации.

Наличие квадратных скобок в терминологической статье означает, что в нее включены два термина, имеющие общие термоэлементы. В алфавитных указателях данные термины приведены отдельно с указанием номера статьи.

Приведенные определения можно при необходимости изменять, вводя в них производные признаки, раскрывая значения используемых в них терминов, указывая объекты, входящие в объем определяемого понятия. Изменения не должны нарушать объем и содержание понятий, определенных в данных рекомендациях.

В рекомендациях приведены иноязычные эквиваленты стандартизованных терминов на английском (en) и французском (fr) языках.

Стандартизованные термины набраны полужирным шрифтом, их краткие формы — светлым.

Приложение А содержит пояснения и примеры к терминам, установленным настоящими рекомендациями.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ

Статистические методы

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Термины и определения

Statistical methods.
Design of experiments. Terms and definitions

Дата введения 2003—07—01

1а Область применения

Настоящие рекомендации устанавливают термины и определения понятий в области математической статистики по планированию экспериментов.

Термины, установленные настоящими рекомендациями, обязательны для применения во всех видах документации и литературы по планированию экспериментов, входящих в сферу работ по стандартизации и(или) использующих результаты этих работ.

1б Нормативные ссылки

В настоящих рекомендациях использованы ссылки на следующие стандарты:

ГОСТ Р 50779.10—2000 (ИСО 3534-1—93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения

ГОСТ Р 50779.11—2000 (ИСО 3534-2—93) Статистические методы. Статистическое управление качеством. Термины и определения

1 Общие термины

1.1 **модель** Описание, связывающее отклик с предсказывающей переменной или предсказывающими переменными и включающее сопутствующие предположения	en model fr modéle
1.2 **отклик**; *выходная переменная (Ндп. зависимая переменная)* Переменная, представляющая результат эксперимента	en responze variable fr variable de résponse
1.3 **предсказывающая переменная**; *предиктор; входная переменная (Ндп. независимая переменная.)* Переменная, которая может помочь объяснить результат эксперимента	en predictor variable fr variable de prédiction
1.4 **пространство планирования**; *область планирования* Множество допустимых значений предсказывающей переменной	en design region; design space fr zone du plan espace du plan
1.5 **фактор** Предсказывающая переменная, варьируемая с целью определения ее влияния на отклик	en factor fr facteur
1.6 **уровень (фактора)** Потенциальная установка, значение или назначение фактора	en level fr niveau

Издание официальное

1.7 **ошибка опыта**; *ошибка эксперимента*
Вариация в откликах, которая не обусловлена факторами, блоками или известными источниками в ходе проведения эксперимента — en experimental error; fr erreur expérimentale

1.8 **компонента дисперсии**
Дисперсия случайной величины, описывающей эффект фактора или ошибку опыта — en variance component; fr composante de variance

1.9 **экспериментальная единица**
Объект, подвергаемый обработке, вследствие чего получают значение отклика — en experimental unit; fr unité expérimentale

1.10 **обработка**
Конкретная комбинация уровней всех факторов — en treatment; fr traitement

1.11 **блок (плана)**
Множество экспериментальных единиц, более однородных, чем все множество экспериментальных единиц — en block; fr bloc

1.12 **однофакторный эксперимент**
Эксперимент, в котором изучают влияние на отклик, если оно есть, одного фактора — en one-factor experiment; fr expérience á un facteur

1.13 **главный эффект (фактора)**
Влияние отдельного фактора на среднее значение отклика — en main effect; fr effet principal

1.14 **эффект рассеивания**
Влияние отдельного фактора на дисперсию отклика — en dispersion effect; fr effet de dispersion

1.15 **двухфакторный эксперимент**
Эксперимент, в котором два разных фактора исследуют одновременно для определения их влияния на отклик — en two-factor experiment; fr expérience á deux facteurs

1.16 ***k*-факторный эксперимент**; *многофакторный эксперимент*
Эксперимент, в котором $k \geq 2$ разных факторов изучают одновременно для определения их влияния на отклик — en *k*-factor experiment; fr expérience á *k* facteurs

1.17 **взаимодействие (факторов)**; *дифференциальный эффект*
Ситуация, когда проявленное влияние одного фактора на отклик зависит от других факторов, одного или более — en interaction; fr interaction

1.18 **смешивание (эффектов)**
Намеренное объединение двух и более эффектов — главного и взаимодействий, так чтобы они были неразличимы — en confounding; fr concomitance

1.19 **совместный эффект**
Статистический эффект — главный или взаимодействие, который полностью смешивается с другим главным эффектом или взаимодействием из-за природы эксперимента — en alias; fr alise effet inséparable

1.20 **нелинейность (модели)**; *кривизна*
Отклонение от прямой отношения между откликом и предсказывающей переменной — en curvature; fr courbure

1.21 **остаток**
Разница между наблюдаемым и предсказанным или расчетным значениями отклика — en residual; fr résidu

1.22 **остаточная ошибка**
Случайная величина, представляющая разность между наблюдаемыми и предсказанными значениями отклика, полученными на основе постулированной модели — en residual error; fr résiduelle

1.23 **чистая ошибка**
Случайная величина, отражающая вариабельность, связанную с повторными наблюдениями при фиксированной обработке — en pure error; fr erreur pure

1.24 **контраст**
Статистическая линейная функция откликов, для которой сумма коэффициентов равна нулю, хотя не все они равны нулю — en contrast; fr contraste

1.25 **ортогональный контраст** Набор контрастов, коэффициенты которых удовлетворяют условию, что, если перемножить соответствующие пары, сумма произведений будет равна нулю	en orthogonal contrast fr contraste orthogonal
1.26 **ортогональное расположение** Набор обработок, в котором для каждой пары факторов каждая комбинация обработок появляется одинаковое число раз на каждом возможном уровне фактора	en orthogonal array fr arrangement orthogonal
1.27 **повторение (эксперимента)** Выполнение эксперимента более чем один раз для данного набора предсказывающих переменных.	en replication fr réplique

Примечание — В настоящих рекомендациях термин «повторение» дан с точки зрения планирования экспериментов, он объединяет и уточняет как термин «повторение», так и термин «реплика» по 2.89 и 2.90 ГОСТ Р 50779.10

1.28 **разбиение на блоки**; *блокирование* Расположение экспериментальных единиц в относительно однородных блоках таким образом, что внутри каждого блока ошибку эксперимента предполагают меньшей, чем можно было бы ожидать, если бы такое же число единиц было случайно отобрано в данную обработку	en blocking fr mise en blocs
1.29 **рандомизация (плана)** Процесс, используемый для назначения обработок экспериментальным единицам таким образом, чтобы для каждой экспериментальной единицы вероятность назначения определенной обработки была одинаковой	en randomization fr randomisation

Примечание — Более общее определение к термину «рандомизация» дано в 2.91 ГОСТ Р 50779 10

1.30 **план эксперимента** Назначение обработок каждой экспериментальной единице и порядка их выполнения	en experimental plan fr plan d'expérience
1.31 **спланированный эксперимент** План эксперимента, выбранный для достижения определенной цели	en designed experiment fr expérience planifiée
1.32 **эволюционное планирование**; ЭВОП Последовательная форма проведения экспериментирования на промышленном оборудовании в ходе нормальной работы производства	en evolutionary operation, EVOP fr expérimentation évolutive, EVOP
1.33 **полностью рандомизированный план** План, в котором обработки назначают случайным образом для всего множества экспериментальных единиц	en completely randomized design fr plan complétement randomisé
1.34 **точка (плана) в вершине куба** Вектор заданных уровней факторов в виде (a_1, a_2, . . . , a_k), где каждое a_i равно плюс 1 или минус 1, что означает кодированные уровни факторов; где i = 1, . . . , k	en cube point fr point cubique
1.35 **звездная точка (плана)** Вектор заданных уровней факторов в виде (a_1, a_2, . . . , a_n), где одно a_i равно плюс α или минус α, а другие a_i равны 0, где α, минус α и 0 означают кодированные уровни факторов; где i = 1, . . . , n	en star point fr point étoile
1.36 **центральная точка (плана)** Вектор заданных уровней факторов в виде (a_1, a_2, . . . , a_k), где каждое a_i = = 0, i = 1, . . . , n, а 0 означает кодированные уровни факторов	en centre point fr point central
1.37 **ротатабельность (плана)** Характеристика плана, в котором отклики, предсказанные по подобранной модели, имеют одну и ту же дисперсию на одинаковых расстояниях от центра плана	en rotatability fr rotativité

2 Расположения экспериментов

2.1 **(полный) факторный эксперимент**
Эксперимент, состоящий из всех возможных обработок, образованных двумя или более факторами, каждый из которых изучают на двух или более уровнях
en full factorial experiment; factorial experiment
fr plan factoriel complet; plan factoriel

2.1.1 **дробный факторный эксперимент**
Эксперимент, состоящий из подмножества полного факторного эксперимента
en fractional factorial experiment
fr plan factoriel fractionné

2.1.2 **двухуровневый факторный эксперимент**
Факторный эксперимент, в котором все факторы варьируют на двух уровнях
en two-level experiment
fr plan á deux niveaux

2.1.2.1 **факторный эксперимент 2^k**
Факторный эксперимент, в котором изучают k факторов, каждый на двух уровнях
en 2^k factorial experiment
fr plan factoriel 2^k

2.1.2.2 **дробный факторный эксперимент $2^{(k-p)}$**; *дробная реплика*
Факторный эксперимент, использующий тщательно отобранное подмножество (2^{k-p}) полного факторного эксперимента 2^k, где k — число факторов полного факторного эксперимента; p — число факторов подмножества полного факторного эксперимента
en 2^{k-p} fractional factorial experiment
fr plan factoriel fractionné 2^{k-p}

2.1.3 **разрешающая способность плана**
Длина минимальной строки символов в генерирующем соотношении
en design resolution
fr résolution de plan

2.2 **план отсеивания**
Эксперимент, направленный на выявление подмножества из совокупности факторов для дальнейшего изучения
en screening design
fr plan de «screening»

2.3 **блочный план**
План эксперимента, который использует преимущества однородности подмножеств из множества экспериментальных единиц
en block design
fr plan en blocs

2.3.1 **рандомизированный блочный план**
План эксперимента, состоящий из n блоков с p обработками, которые назначены внутри каждого блока случайным образом
en randomized block design
fr plan en blocs randomisés

2.3.2 **план «латинский квадрат»**
План с тремя факторами, каждый из которых имеет h уровней, в котором комбинация уровней одного из факторов с уровнями двух других факторов появляется лишь однажды в эксперименте объема h^2
en latin square design
fr plan en carré latin

2.3.3 **план греко-латинского квадрата**
План, включающий 4 фактора, каждый из которых имеет h уровней, в котором комбинация уровней одного фактора с уровнями других трех факторов появляется только однажды в эксперименте объема h^2
en Graeco-Latin square design
fr plan en carré gréco-latin

2.3.4 **неполноблочный план**
План, в котором экспериментальные единицы разделены на блоки, которые недостаточны для проведения полного набора обработок эксперимента
en incomplete block design
fr plan en blocs incomplets

2.3.4.1 **сбалансированный неполноблочный план**
Неполноблочный план, в котором каждый блок содержит одинаковое число k различных уровней из l уровней главного фактора, расположенных так, что каждая пара уровней встречается в λ блоках из b блоков
en balanced incomplete block design BIBD
fr plan en blocs incomplets équilibrés PBIE

2.3.4.2 **частично сбалансированный неполноблочный план**
Неполноблочный план, в котором каждый блок содержит одинаковое число различных уровней k из l уровней главного фактора, расположенных так, что не все пары уровней появляются вместе в одинаковом числе блоков b
en partially balanced incomplete block design PBIB
fr plan en blocs incomplets partiellement équilibrés BIPE

2.3.5 **квадрат Юдена** Блочный план, получаемый из латинского квадрата удалением или добавлением строк или столбцов таким образом, чтобы получить рандомизированный блочный план по отношению к одному блоковому фактору и неполноблочный план по отношению к другому	en Youden square fr carré de Youden
2.3.6 **план с расщепленной делянкой** План, в котором группа экспериментальных единиц или делянка с одним и тем же вариантом главного фактора расщеплена таким образом, что внутри каждого варианта этого фактора можно исследовать еще дополнительные главные факторы	en split-plot design fr plan en parcelles subdivisées
2.3.7 **двухфакторный план с расщепленной делянкой**; *план с расщепленным блоком* План с делянкой, расщепленной двумя разными способами, в котором варианты фактора второго этапа вместо независимой рандомизации внутри каждой делянки расположены полосами, пересекающими делянки в каждом повторении	en two-way split-plot design; split-block design fr plan en blocs subdivisées
2.4 **план поверхности отклика** План, направленный на изучение функциональной зависимости между откликом и набором предсказывающих переменных	en response surface design fr plan á surface de réponse
2.5 **план для смесей** План, созданный для случая, когда на сумму предсказывающих переменных наложено ограничение, требующее ее постоянства	en mixture design fr plan pour l'étude de mélanges
2.6 **(гнездовой) эксперимент с группировкой**; *иерархический эксперимент* План эксперимента, в котором каждый уровень данного фактора появляется только с одним уровнем любого другого фактора	en nested design fr plan emboîté
2.6.1 **сбалансированный (гнездовой) эксперимент с группировкой**; *полностью сгруппированный эксперимент* Эксперимент, в котором число уровней факторов на каждом уровне иерархии одинаково	en balanced nested design; fully nested design fr plan emboîté équilibré
2.6.2 **нерегулярный (гнездовой) эксперимент с группировкой**; *нерегулярный иерархический эксперимент* Эксперимент, в котором второй вложенный фактор имеет два уровня в первом уровне первого фактора эксперимента с группировкой, но только один уровень во втором уровне первого фактора эксперимента с группировкой	en staggered nested design fr plan irréguliérement emboîté
2.7 **оптимальный план** План эксперимента, значения уровней факторов которого определены таким образом, чтобы оптимизировать некоторый критерий, обычно какую-то функцию от матрицы плана	en optimal design fr plan optimal
2.7.1 **матрица плана** Матрица оптимального плана со строками, означающими индивидуальные обработки, которые могут быть расширены выведенными уровнями других функций от уровней факторов, но зависят от постулированной модели	en design matrix fr matrice de plan
2.7.1.1 **D-оптимальный план** Оптимальный план, максимизирующий определитель матрицы плана	en D-optimal design fr plan optimal D
2.7.1.2 **А-оптимальный план** Оптимальный план, максимизирующий след матрицы плана	en A-optimal design fr plan optimal A
2.7.1.3 **G-оптимальный план** Оптимальный план, минимизирующий максимальную дисперсию прогноза по всей области эксперимента	en G-optimal design fr plan optimal G
2.8 **ортогональный план** План, в котором каждая пара факторов ортогональна	en orthogonal design fr plan orthogonal
2.9 **насыщенный план** План, матрица которого имеет столько же столбцов, сколько и обработок в эксперименте	en saturated design fr plan saturé

3 Методы анализа

3.1 **графический метод** Метод анализа, основанный на графическом представлении результатов эксперимента	en graphical method fr méthode graphique
3.1.1 **график главных эффектов** График, дающий средние отклики на разных уровнях отдельных факторов	en main effects plot fr tracé des effets principaux
3.1.2 **график взаимодействий** График, отображающий средние отклики на уровнях двух различных факторов	en interaction plot fr tracé d'interaction
3.1.3 **график квантилей эффектов** График квантилей стандартного нормального закона распределения для оценок эффектов полного или дробного факторного эксперимента	en quantile plot of effects fr tracé quantile des effets
3.1.4 **график остатков** График зависимости остатков от соответствующих значений предсказывающих переменных или от уровней конкретного фактора	en method of lest squares fr tracé résiduel
3.2 **метод наименьших квадратов** Метод оценки параметров, минимизирующий сумму квадратов ошибок, причем ошибку определяют как разность между наблюдаемым значением и значением, вычисленным исходя из постулированной модели, а сумму берут по всем обработкам	en residual plot fr méthodedes moondres carrés
3.3 **регрессионный анализ** Набор процедур, связанных с оцениванием моделей зависимости отклика от предсказывающих переменных	en regression analysis fr analyse de régression
3.4 **дисперсионный анализ** Метод, который разделяет общую вариацию набора данных на имеющие смысл компоненты, связанные с конкретными источниками вариации	en analysis of variance fr analyse de variance
3.4.1 **модель дисперсионного анализа с постоянными эффектами** Дисперсионный анализ, в котором уровни каждого фактора выбраны заранее из множества значений факторов	en fixed effects analysis of variance fr analyse de variance á effets fixés
3.4.2 **модель дисперсионного анализа со случайными эффектами** Дисперсионный анализ, в котором уровни каждого фактора, как предполагается, выбраны случайным образом из совокупности уровней этих факторов	en random effects analysis of variance fr analyse de variance á effets aléatoires
3.4.3 **смешанная модель дисперсионного анализа** Дисперсионный анализ, в котором уровни некоторых факторов постоянны, а для остальных — их выбирают случайно из совокупности уровней факторов	en mixed model analysis of variance fr analyse de variance de modéle mixte
3.5 **ковариационный анализ** Метод оценивания и испытания эффектов обработок, когда сопутствующие факторы влияют на отклик	en analysis of covariance fr analyse de covariance

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ ТЕРМИНОВ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

анализ дисперсионный 3.4
анализ ковариационный 3.5
анализ регрессионный 3.3
блок (плана) 1.11
блокирование 1.28
взаимодействие (факторов) 1.17
график взаимодействий 3.1.2
график главных эффектов 3.1.1
график квантилей эффектов 3.1.3
график остатков 3.1.4
единица экспериментальная 1.9
квадрат Юдена 2.3.5
компонента дисперсии 1.8
контраст 1.24
контраст ортогональный 1.25
кривизна 1.20
матрица плана 2.7.1
метод графический 3.1
метод наименьших квадратов 3.2
модель 1.1
модель дисперсионного анализа с постоянными эффектами 3.4.1
модель дисперсионного анализа со случайными эффектами 3.4.2
модель дисперсионного анализа смешанная 3.4.3
нелинейность (модели) 1.20
область планирования 1.4
обработка 1.10
остаток 1.21
отклик 1.2
ошибка опыта 1.7
ошибка остаточная 1.22
ошибка чистая 1.23
ошибка эксперимента 1.7
переменная входная 1.3
переменная выходная 1.2
переменная зависимая (Ндп.) 1.2
переменная независимая (Ндп.) 1.3
переменная предсказывающая 1.3
план блочный 2.3
план греко-латинского квадрата 2.3.3
план для смесей 2.5
план «латинский квадрат» 2.3.2
план насыщенный 2.9
план неполноблочный 2.3.4
план неполноблочный сбалансированный 2.3.4.1
план неполноблочный частично сбалансированный 2.3.4.2
план оптимальный 2.7
план оптимальный A 2.7.1.2
план оптимальный D 2.7.1.1
план оптимальный G 2.7.1.3
план ортогональный 2.8
план отсеивания 2.2
план поверхности отклика 2.4
план полностью рандомизированный 1.33
план рандомизированный блочный 2.3.1

план с расщепленным блоком ... 2.3.7
план с расщепленной делянкой ... 2.3.6
план с расщепленной делянкой двухфакторный ... 2.3.7
план эксперимента ... 1.30
планирование эволюционное; ЭВОП ... 1.32
повторение (эксперимента) ... 1.27
предиктор ... 1.3
пространство планирования ... 1.4
разбиение на блоки ... 1.28
рандомизация (плана) ... 1.29
расположение ортогональное ... 1.26
реплика дробная ... 2.1.2.2
ротатабельность (плана) ... 1.37
смешивание (эффектов) ... 1.18
способность плана разрешающая ... 2.1.3
точка (плана) в вершине куба ... 1.34
точка (плана) звездная ... 1.35
точка (плана) центральная ... 1.36
уровень (фактора) ... 1.6
фактор ... 1.5
эксперимент двухфакторный ... 1.15
эксперимент $2^{(k-p)}$ дробный факторный ... 2.1.2.2
эксперимент (гнездовой) с группировкой ... 2.6
эксперимент (гнездовой) сбалансированный с группировкой ... 2.6.1
эксперимент (гнездовой) нерегулярный с группировкой ... 2.6.2
эксперимент двухуровневый факторный ... 2.1.2
эксперимент дробный факторный ... 2.1.1
эксперимент иерархический ... 2.6
эксперимент иерархический нерегулярный ... 2.6.2
эксперимент многофакторный ... 1.16
эксперимент однофакторный ... 1.12
эксперимент (полный) факторный ... 2.1
эксперимент полностью сгруппированный ... 2.6.1
эксперимент спланированный ... 1.31
эксперимент k-факторный ... 1.16
эксперимент 2^k-факторный ... 2.1.2.1
эффект (фактора) главный ... 1.13
эффект дифференциальный ... 1.17
эффект рассеивания ... 1.14
эффект совместный ... 1.19

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ ТЕРМИНОВ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ

A-optimal design 2.7.1.2
alias 1.19
analysis of covariance 3.5
analysis of variance 3.4
balanced incomplete block design 2.3.4.1
balanced nested design 2.6.1
block 1.11
block design 2.3
blocking 1.28
centre point 1.36
completely randomized design 1.33
confounding 1.18
contrast 1.24
cube point 1.34
curvature 1.20
D-optimal design 2.7.1.1
design matrix 2.7.1
design region 1.4
design resolution 2.1.3
design space 1.4
designed experiment 1.31
dispersion effect 1.14
evolutionary operation 1.32
experimental error 1.7
experimental plan 1.30
experimental unit 1.9
k-factor experiment 1.16
2^k factorial experiment 2.1.2.1
2^{k-p} fractional factorial experiment 2.1.2.2
factor 1.5
factorial experiment 2.1
fractional factorial experiment 2.1.1
full factorial experiment 2.1
fully nested design 2.6.1
G-optimal design 2.7.1.3
Graeco-Latin square design 2.3.3
graphical method 3.1
hierarchical design 2.6
incomplete block design 2.3.4
interaction 1.17
interaction plot 3.1.2
latin square design 2.3.2
level 1.6
main effect 1.13
main effects plot 3.1.1
method of least squares 3.2
mixture design 2.5
model 1.1
model 1 analysis of variance 3.4.1
model 2 analysis of variance 3.4.2
model 3 analysis of variance 3.4.3
nested design 2.6
one-factor experiment 1.12
optimal design 2.7

orthogonal array 1.26
orthogonal contrast 1.25
orthogonal design 2.8
partially balanced incomplete block design 2.3.4.2
predictor variable 1.3
pure error 1.23
quantile plot of effects 3.1.3
randomization 1.29
randomized block design 2.3.1
regression analysis 3.3
replication 1.27
residual 1.21
residual error 1.22
residual plot 3.1.4
response surface design 2.4
responze variable 1.2
rotatability 1.37
saturated design 2.9
screening design 2.2
split-block design 2.3.7
split-plot design 2.3.6
staggered nested design 2.6.2
star point 1.35
treatment 1.10
two-factor experiment 1.15
two-level experiment 2.1.2
two-way split-plot design 2.3.7
variance component 1.8
Youden square 2.3.5

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ ТЕРМИНОВ НА ФРАНЦУЗСКОМ ЯЗЫКЕ

aliase 1.19
analyse de covariance 3.5
analyse de régression 3.3
analyse de variance 3.4
analyse de variance de modéle 1 .... 3.4.1
analyse de variance de modéle 2 .... 3.4.2
analyse de variance de modéle 3 .... 3.4.3
arrangement orthogonal 1.26
bloc 1.11
carré de Youden 2.3.5
composante de variance 1.8
concomitance 1.18
contraste 1.24
contraste orthogonal 1.25
courbure 1.20
effet de dispersion 1.14
effet inséparable 1.19
effet principal 1.13
erreur expérimentale 1.7
erreur pure 1.23
erreur résiduelle 1.22
espace du plan 1.4
expérience a deux facteurs 1.15
expérience a k facteurs 1.16
expérience a un facteur 1.12
expérience planifiée 1.31
expérimentation évolutive 1.32
facteur 1.5
interaction 1.17
matrice de plan 2.7.1
méthode des moindres carrés 3.2
méthode graphique 3.1
mise en blocs 1.28
modéle 1.1
niveau 1.6
plan a deux niveaux 2.1.2
plan a surface de réponse 2.4
plan complétement emboité 2.6.1
plan complétement randomisé 1.33
plan d'expérience 1.30
plan de «screening» 2.2
plan emboité 2.6
plan embooté équilibré 2.6.1
plan en blocs 2.3
plan en blocs incomplets 2.3.4
plan en blocs incomplets équilibrés 2.3.4.1
plan en blocs incomplets partiellement équilibrés 2.3.4.2
plan en blocs randomisés 2.3.1
plan en blocs subdivisés 2.3.7
plan en carré gréco-latin 2.3.3
plan en carré latin 2.3.2
plan en parcelles subdivisées 2.3.6
plan factoriel 2.1
plan factoriel 2^k 2.1.2.1

plan factoriel complet 2.1
plan factoriel fractionné 2.1.1
plan factoriel fractionné 2^{k-p} 2.1.2.2
plan hiérarchisé 2.6
plan irrégulierement emboité 2.6.2
plan optimal 2.7
plan optimal A 2.7.1.2
plan optimal D 2.7.1.1
plan optimal G 2.7.1.3
plan orthogonal 2.8
plan pour l'étude de mélanges 2.5
plan saturé 2.9
point central 1.36
point cubique 1.34
point étoile 1.35
randomisation 1.29
réplique 1.27
résidu 1.21
résolution de plan 2.1.3
rotativité 1.37
tracé d'interaction 3.1.2
tracé des effets principaux 3.1.1
tracé quantile des effets 3.1.3
tracé résiduel 3.1.4
traitement 1.10
unité expérimentale 1.9
variable de prédiction 1.3
variable de réponse 1.2
zone du plan 1.4

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(справочное)

Пояснения и примеры к терминам, приведенным в настоящих рекомендациях

К термину «Модель» (1.1)

Модель состоит из трех частей Первая часть — сам отклик (1 2) — объект моделирования Вторая часть — детерминистическая или систематическая часть модели, включающая предсказывающие переменные (1 3) И последняя — третья часть — случайная или ошибка опыта, стохастическая часть модели, которая может быть достаточно хорошо известна Например, член «ошибка» опыта может включать эффект рассеивания (1 14), который приводит к увеличению изменчивости в отклике с ростом фактических значений отклика

Примеры

1 Время жизни некоторого компонента связано с условиями, в которых он находится

2 Рассмотрим следующую модель

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij},$$

где y_{ij} — отклик на уровне i-го фактора А и на уровне j-го фактора В,

μ — общий средний отклик,

α_i — увеличивающий эффект фактора А на уровне i,

β_j — увеличиваюший эффект фактора В на уровне j,

ε_{ij} — ошибка

Часть, соответствующая отклику, состоит просто из y_{ij} Часть, включающая предсказывающую переменную, состоит из $\mu + \alpha_i + \beta_j$ — общего среднего отклика и двух величин, имеющих отношение к влиянию факторов Случайная часть или ошибка этой модели состоит из ε_{ij}, которая включает собственную изменчивость (вариабельность) процесса, порождающего отклик

3 Широко используется следующая модель

$$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_i + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk},$$

где y_{ijk} — отклик k-го повторения,

α_i — поправка, обусловленная фактором 1,

β_i — поправка, обусловленная фактором 2,

τ_{ij} — поправка, обусловленная взаимодействием факторов,

ε_{ijk} — ошибка

Термин «поправка» используют здесь вместо термина «увеличивающий эффект» примера 2, так как это формальная математическая модель, не включающая член, соответствующий общему среднему отклику Более того, в этом примере вместо $y_{ij}(\varepsilon_{ij})$ применяют обозначение $y_{ijk}(\varepsilon_{ijk})$, чтобы учесть возможность повторений

4 Другая формальная модель имеет вид

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2} + \varepsilon_i,$$

где y_i — оклик, соответствующий x_i,

x_i — предсказывающая переменная,

$e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2}$ — средний отклик, соответствующий x_i,

ε_i — ошибка

Приведенное выше описание модели применимо не только к классической линейной модели с аддитивной ошибкой, но и к обобщенным линейным моделям, где ошибки можно описывать различными распределениями, включая биномиальное распределение, распределение Пуассона, показательное, гамма- и нормальное распределения

К термину «Отклик» (1.2)

Отклик может быть вектором, если в каждом опыте регистрируют несколько откликов

К термину «Предсказывающая переменная» (1.3)

То, насколько данная предсказывающая переменная управляема, определяет ее потенциальную роль в плане эксперимента. Предсказывающие переменные могут быть управляемыми (фиксированными), частично управляемыми (управляемыми лишь в течение короткого интервала времени или за счет больших расходов) или неуправляемыми (случайными).

Предсказывающая переменная может включать случайную составляющую, а может, например, быть из некоторого набора качественных классов, которые могут наблюдаться или назначаться без случайной ошибки.

К термину «Фактор» (1.5)

Фактор может служить некоторой особой причиной, влияющей на результат эксперимента.

Фактор может быть связан с созданием блоков плана.

Термин «предсказывающая переменная» является синонимом термина «фактор», но в более широком смысле.

К термину «Уровень» (1.6)

Уровень фактора — это значение предсказывающей переменной или предиктора.

Термин «уровень (фактора)» обычно ассоциируется с количественной характеристикой. Тем не менее, его также применяют как термин, описывающий вариант или значение качественной характеристики.

Пример — Уровнями катализатора могут быть его наличие или отсутствие. Четыре уровня термообработки — это: 100 °С, 120 °С, 140 °С и 160 °С.

Отклики, наблюдаемые на различных уровнях фактора, содержат информацию для определения главного эффекта фактора в области его варьирования (в диапазоне, задаваемом уровнями) в данном эксперименте. Экстраполяция за эту область обычно бесполезна, если только нет серьезных оснований в предполагаемой модели зависимостей. Интерполяция внутри области зависит от числа уровней и от их расположения. Интерполяция обычно имеет смысл, хотя и возможны нарушения непрерывности или многомодальные зависимости, обусловленные резкими переменами внутри области экспериментирования. Уровни могут ограничиваться некоторыми выбранными постоянными значениями (которые могут быть или не быть известными) или могут отбираться чисто случайно в заданном для исследования диапазоне. Метод анализа зависит от способа отбора уровней.

К термину «Ошибка опыта» (1.7)

Эксперименты, как правило, характеризуются тем, что при их повторении результаты варьируют от опыта к опыту, хотя экспериментальные материалы, окружающие условия и операции эксперимента тщательно контролируются. Таким образом, ошибка опыта — обычное явление. Эта вариация повышает степень неопределенности выводов на основе результатов, и, следовательно, ее надо учесть при получении выводов.

Конкретные уточнения этого широкого концептуального определения ошибки для индивидуальных откликов даются терминами «остаток» (1.21), «остаточная ошибка» (1.22) и «чистая ошибка» (1.23).

В связи с ошибкой опыта представляют интерес термины «повторяемость стандартного отклонения» и «воспроизводимость стандартного отклонения», которые непосредственно применимы в контексте планирования эксперимента, если план эксперимента построен в соответствии с условиями повторяемости и воспроизводимости соответственно (ГОСТ Р 50779.10).

К термину «Компонента дисперсии» (1.8)

В модели $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$,

где μ — общий средний отклик;

τ_i — случайно выбранный из бесконечного множества значений уровень;

τ_i и ε_{ij} — случайные величины, распределения которых независимы. Как только для τ_i сделан выбор из бесконечного множества возможных уровней, анализ продолжается на основе реализации τ_i. В силу вероятностной структуры разумно рассмотреть уравнение дисперсий:

$$\mathrm{Var}(y_{ij}) = \mathrm{Var}(\tau_i) + \mathrm{Var}(\varepsilon_{ij}),$$

где справа стоит $\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$ — сумма компонент дисперсии y_{ij};

Var — обозначение дисперсии случайных величин.

Можно также рассматривать модели, включающие иерархические (вложенные) или пересекающиеся факторы.

К термину «Блок» (1.11)

Термин «блок» произошел вследствие экспериментов, проводимых в сельском хозяйстве, в которых поле делилось на участки, обладающие одинаковыми условиями, например выветривание, близость подземных вод или толщина пахотного слоя. В других ситуациях блоки основаны на партиях исходных материалов, операторах, числе единиц, изученных за день, и так далее.

Обычно наличие блоков может влиять на то, какие обработки будут назначены экспериментальным единицам.

К термину «Однофакторный эксперимент» (1.12)

Пример — Рассмотрим модель

$$y = \mu_i + \varepsilon,$$

где y — отклик;

μ_i — средний отклик i-го уровня фактора;

ε — случайная величина, описывающая все другие эффекты и источники изменчивости.

Эта модель связывает отклик y с эффектом μ_i (в зависимости от соответствующего уровня фактора) и ошибкой ε. Различия в μ_i отражают влияние фактора на отклик (в данном случае среднее значение отклика как функция уровня фактора).

Альтернативное представление этой модели:

$$y = \mu + \alpha_i + \varepsilon,$$

где y — отклик;

μ — общий средний отклик;

α_i — эффект увеличения, обусловленный i-м уровнем фактора;

ε — случайная величина, описывающая все другие источники изменчивости.

К термину «Главный эффект» (1.13)

Для фактора с двумя уровнями главный эффект относят к изменениям отклика при переходе с одного уровня на другой. Если уровни обозначены: минус 1 (меньшее значение) и плюс 1 (большее значение), то главный эффект оценивают как среднее отклика, когда уровень фактора равен плюс 1; минус среднее отклика, когда уровень фактора равен минус 1. Рассмотрим модель:

$$y = \mu + \beta X + \varepsilon,$$

где y, μ и ε — те же величины, что и в примере для однофакторного эксперимента;

X равен либо минус 1, либо плюс 1;

β — поправка фактора X.

Отметим, что оценка β равна $^1/_2$ главного эффекта фактора X. Если $\beta = 0$, то X не влияет на среднее отклика (оно не зависит от того, какие значения принимает X: плюс 1 или минус 1), так что главный эффект X равен нулю.

К термину «Эффект рассеивания» (1.14)

Важно понимать, что фактор, слабо влияющий на среднее отклика, может сильно влиять на дисперсию отклика. В таких ситуациях некоторый уровень фактора может быть предпочтительнее, так как обеспечивает малую вариабельность или стабильность отклика. Возможно также, что фактор влияет и на среднее, и на дисперсию отклика.

К термину «Двухфакторный эксперимент» (1.15)

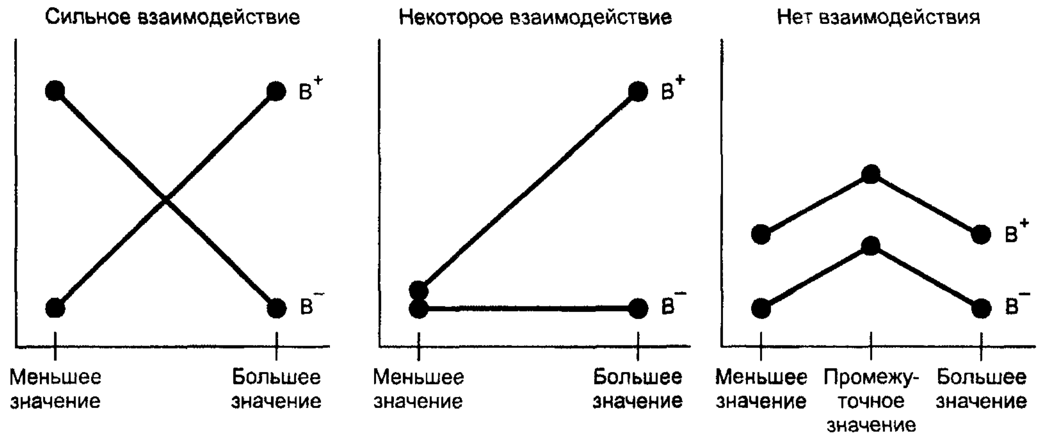
Если два фактора действуют, не влияя друг на друга, то применим термин «главный эффект». А именно: для каждого фактора главный эффект — его вклад в среднее отклика.

К термину «Взаимодействие» (1.17)

Взаимодействие указывает на непостоянство главного эффекта фактора в зависимости от уровней других факторов. Возможные варианты взаимодействия представлены на рисунке А.1.

Наиболее часто рассматривают взаимодействие двух факторов, которые более точно называют парным взаимодействием или взаимодействием первого порядка. Возможно, что три фактора, например А, В и С, взаимодействуют так, что взаимодействие первого порядка А и В зависит от уровня фактора С. В этом случае есть взаимодействие второго порядка. Аналогично, можно рассмотреть взаимодействия третьего, четвертого и т. д. порядков.

На рисунке А.1 графически представлены варианты взаимодействия факторов для третьего примера к термину «модель» (1.1), в котором приведена формальная модель эксперимента с двумя факторами и двухфакторным взаимодействием или взаимодействием первого порядка τ_{ij} между ними.



Обозначения:
B+ — большее значение уровня факторов;
B⁻ — меньшее значение уровня факторов.

Рисунок А.1 — Варианты взаимодействия

К термину «Смешивание» (1.18)

Смешивание — важный прием, позволяющий эффективно применять разбиение на блоки в некоторых планах экспериментов. Это достигают намеренным отнесением некоторых эффектов (главных) или взаимодействий к малосущественным и смешиванием их в планах с эффектами блоков так, чтобы сделать другие более важные факторы свободными от таких сложностей. Смешивание можно намеренно использовать для уменьшения числа опытов в плане эксперимента (1.30). Иногда смешивания возникают из-за изменений плана в процессе проведения эксперимента или из-за неполного планирования, что может уменьшить значимость эксперимента или совсем его обесценить.

К термину «Нелинейность» (1.20)

Понятие нелинейности имеет смысл в случае с количественной, а не качественной предсказывающей переменной. Обнаружение нелинейности требует, чтобы фактор мог варьировать более чем на двух уровнях. В некоторых случаях повторение центральной точки (фактор принимает значение посередине между минимальным и максимальным значениями) может обнаружить и оценить нелинейность. Увеличение числа уровней фактора может понадобиться для наблюдения нелинейности.

Возвращаясь к модели из примера для однофакторного эксперимента (1.12), нелинейность можно смоделировать в следующей форме:

$$Y = \mu + \beta X + \gamma X^2 + \varepsilon,$$

где γ - поправка фактора X^2.

Если коэффициент γ отличается от 0, это свидетельствует о нелинейности по сравнению с простой линейной зависимостью.

К термину «Остаток» (1.21)

Предсказанное значение отклика определяют исходя из постулируемой модели, параметры которой оцениваются по имеющимся данным.

Примеры

1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ — остаток, соответствующий экспериментальной единице с фактором А, установленным на уровне i, и фактором В, установленным на уровне j в соответствии с моделью примера 2 для термина «модель» (1.1).

2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ — остаток в модели примера 3 для термина «модель» (1.1).

3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ — остаток в модели примера 4 для термина «модель» (1.1).

К термину «Остаточная ошибка» (1.22)

Под предсказанным значением отклика понимают оценку отклика для данной обработки, определенную по эмпирической модели, полученной по экспериментальным данным в соответствии с постулированной моделью.

Пример — Если $\hat{\mu}$ и $\hat{\beta}$ — оценки μ и β [см. пояснение к термину «главный эффект» (1.13)], то $y - \hat{\mu} - \hat{\beta}$ — остаточная ошибка данного наблюденного значения y при данном значении предсказывающей переменной x.

Остаточная ошибка включает экспериментальную ошибку и определенные источники вариации, не учитываемые данной моделью.

Дисперсию остаточной ошибки обычно оценивают в эксперименте путем вычитания объединенной суммы квадратов членов, включенных в постулированную модель, из общей суммы квадратов и делением полученной разности на соответствующую разность «степеней свободы» (см. пример 1 для термина «регрессионный анализ» и пример для термина «дисперсионный анализ»).

К термину «Чистая ошибка» (1.23)

Если повторения были проведены только для центральной точки плана, то выборочная дисперсия откликов в ней дает оценку дисперсии чистой ошибки. Если повторения были получены при различных обработках, то общую оценку дисперсии чистой ошибки можно получить объединением оценок для различных обработок.

Пример — Возвращаясь к примеру 3 для термина «модель», находим, что оценка дисперсии чистой ошибки для фиксированной пары (i, j) равна:

$$\frac{1}{n_{ij} - 1} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \left(y_{ijk} - \bar{y}_{ij}\right)^2,$$

где $\bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_{ij} - 1} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}$.

Если повторения проводились при разных обработках [при каждой паре (i, j)], то объединенная оценка дисперсии чистой ошибки будет иметь вид:

$$\frac{1}{N - IJ} \sum_{i, j, k} \left(y_{i, j, k} - \bar{y}_{ij}\right)^2,$$

где $i = 1, \ldots, I$; $j = 1, \ldots, J$; $k = 1, \ldots, n_{ij}$;
N — общее число уровней.

Термин «чистая ошибка» на практике используют в двух разных ситуациях. Иногда чистую ошибку относят к дисперсии генеральной совокупности (σ^2) в связи с математической моделью. В других ситуациях чистую ошибку относят к «выборочной» или «эмпирической» чистой ошибке, которая вместе с оценкой остаточной ошибки обеспечивает основу для проверки адекватности модели. Из примеров, иллюстрирующих термин «модель», только пример 3 с повторениями позволит непосредственно провести оценку чистой ошибки. С математической точки зрения чистую ошибку можно рассматривать как $\mathrm{Var}(\varepsilon_{ij})$ в примере 2, $\mathrm{Var}(\varepsilon_{ijk})$ — в примере 3, $\mathrm{Var}(\varepsilon_i)$ — в примере 4.

К термину «Контраст» (1.24)

Для наблюдений $y_1, \ldots, y_n$ линейная функция $a_1 y_1 + a_2 y_2 +, \ldots, + a_n y_n$ служит контрастом тогда и только тогда, когда $a_1 + a_2 +, \ldots, + a_n = 0$ и не все a_i равны нулю ($i = 1, \ldots, n$).

Примеры

1 Некоторый фактор варьировался на трех уровнях, а полученные результаты равны y_1, y_2 и y_3. Среди множества вопросов, которые можно обратить к полученным данным, рассмотрим следующие:

вопрос 1 — какова разность между откликом для первого и третьего уровней (временно игнорируем средний уровень)? Подходящий контраст для ответа на вопрос 1 требует значений y_1 и y_3;

вопрос 2 — если уровни равноудалены один от другого, то нет ли свидетельства того, что структура откликов указывает на квадратичную, а не на линейную зависимость? Здесь среднее из y_1 и y_3 можно сравнить с y_2. (Если зависимость линейная, то y_2 должен лежать близко к линии, соединяющей y_1 и y_3, то есть быть приблизительно равным их среднему).

Отклик	y_1	y_2	y_3
Коэффициенты контраста для вопроса 1	—1	0	+1
Контраст 1	$-y_1$		$+y_3$
Коэффициенты контраста для вопроса 2	—1/2	+1	—1/2
Контраст 2	$-y_1/2$	$+y_2$	$-y_3/2$

Этот пример иллюстрирует регрессионный тип исследования непрерывных переменных величин. Часто удобнее использовать для коэффициентов контраста целые числа вместо дробей. В этом случае коэффициенты для контраста 2 будут (—1, +2, —1).

2 Пример с дискретными уровнями фактора может породить другую пару вопросов.

Предположим, что существуют три источника сырья, один из которых A_1 — использует новую технологию производства, а A_2 и A_3 — применяют обычные методы. Вопрос 1 — отличается ли поставщик A_1, использующий новую технологию, от A_2 и A_3, работающих по старинке? Здесь y_1 сравнивают со средним из y_2 и y_3 (контраст 1). Вопрос 2 — различаются ли те два поставщика, которые используют старую технологию? Здесь сравнивают y_2 и y_3 (контраст 2). Структура коэффициентов контрастов аналогична предыдущему примеру, хотя интерпретация результатов иная

Отклик	y_1	y_2	y_3
Коэффициенты контраста для вопроса 1	—2	+1	+1
Контраст 1	$-2y_1$	$+y_2$	$+y_3$
Коэффициенты контраста для вопроса 2	0	—1	+1
Контраст 2		$-y_2$	$+y_3$

К термину «Ортогональный контраст» (1.26)

Примеры

1 Пример неортогонального контраста

		y_1	y_2	y_3
a_{i1}	Контраст 1	—1	0	+1
a_{i2}	Контраст 2	0	—1	+1
$a_{i1}\ a_{i2}$		0	0	+1

$\Sigma\, a_{i1}a_{i2} = 1$, где $a_{i1}a_{i2}$ — коэффициенты контраста, то есть набор контрастов неортогонален.

2 Пример ортогонального контраста

		y_1	y_2	y_3
a_{i1}	Контраст 1	—1	0	+1
a_{i2}	Контраст 2	—1	+2	—1
$a_{i1}\ a_{i2}$		+1	0	—1

$\Sigma\, a_{i1}a_{i2} = 0$, где $a_{i1}a_{i2}$ — коэффициенты контраста, то есть набор контрастов ортогонален.

К термину «Ортогональное расположение» (1.26)

В связи с планом отсеивания (термин 2.2) возникает связанная с понятием «ортогональное расположение» концепция эффективности. Отметим, что план отсеивания — это одно из возможных применений ортогональных расположений. План эффективности d — это полный факторный план с любым числом факторов. Эффективность, равная единице, означает, что уровни каждого фактора появляются одинаковое число раз (это иногда называют сбалансированным фактором). Ортогональное расположение имеет эффективность, равную двум. Объем подмножества d известен как эффективность.

К термину «Повторение» (1.27)

Ограничения при проведении эксперимента могут потребовать, чтобы повторения проводились последовательно, а не случайно. Неформально подобная ситуация соответствует повторению, но общего согласия по поводу этого термина не существует. В настоящих рекомендациях термин «повторение» означает получение большого количества откликов для фиксированного набора уровней предсказывающих переменных.

К термину «Разбиение на блоки» (1.28)

Блоки обычно выбирают, чтобы учесть эффекты неслучайных причин в дополнение к тем, что введены для изучения как основные факторы, которые может быть сложно или даже невозможно поддерживать постоянными для всех экспериментальных единиц в полном эксперименте. Эффекты этих неслучайных причин можно минимизировать внутри этих блоков, что позволяет получить более однородное экспериментальное подпространство. При анализе экспериментальных результатов надо принимать во внимание эффект разбиения эксперимента на блоки.

Те блоки, которые включают полный набор обработок, называют полными блоками. Те, которые образуют только часть полного набора, называют неполными блоками. Когда обработки применяют к парам, эти пары становятся блоками.

К термину «Рандомизация» (1.29)

Рандомизация пытается защитить от смещений, обусловленных причинами, которые не были непосредственно учтены в эксперименте. Рандомизация может заметно снизить потенциально временные или пространственные эффекты.

К термину «Спланированный эксперимент» (1.31)

Цель планирования эксперимента состоит в том, чтобы обеспечить наиболее экономичный и эффективный метод достижения правильных и относящихся к делу выводов от эксперимента. Выбор соответствующего плана эксперимента зависит от рассматриваемых вопросов, таких как степень общности выводов, значимость эффектов, для которых требуются высокая вероятность обнаружения, однородность экспериментальных единиц и стоимость проведения эксперимента. Правильно спланированный эксперимент часто позволяет относительно легко проводить статистический анализ и интерпретировать его результаты.

К термину «Эволюционное планирование» (1.32)

Главная цель эволюционного планирования — получение знаний для совершенствования процесса вместе с продукцией путем использования планируемых экспериментов с относительно малыми сдвигами в уровнях факторов (в пределах производственных допусков) при минимальных затратах. Диапазон варьирования факторов в любом отдельном эксперименте ЭВОП обычно весьма мал, чтобы избежать производства продукции за пределами поля допуска, и это может потребовать известного числа повторений для снижения эффекта случайной вариации.

К термину «Полностью рандомизированный план» (1.33)

Полностью рандомизированный план применим только лишь в предположении, что все экспериментальные единицы достаточно однородны (то есть отсутствуют систематические отличия) или же нет информации о возможной неоднородности.

К термину «Точка в вершине куба» (1.34)

Эти точки как раз тот тип точек, которые наблюдают в полном двухуровневом или дробном факторном плане (2.1). Всего 2^k точек в вершине куба можно использовать в центральном композиционном плане (см. пример 1 для термина «план поверхности отклика»).

К термину «Звездная точка» (1.35)

Все звездные точки имеют единственную ненулевую компоненту, равную ($+\alpha$) или ($-\alpha$). В центральных композиционных планах обычно используют 2^k звездных точек.

К термину «Центральная точка» (1.36)

Все компоненты центральной точки равны нулю, так что вектор имеет вид (0, 0, . . . , 0), и соответствуют центру плана в кодированных переменных. Число этих точек, например n_0, выбирают таким образом, чтобы достичь различных целей в планах поверхностей отклика. Центральные точки иногда повторяют для получения оценки чистой ошибки исследуемого процесса.

К термину «Полный факторный эксперимент» (2.1)

Из факторного эксперимента можно получить все взаимодействия и главные эффекты.

Факторный эксперимент в символьной записи обычно описывают как произведение числа уровней всех факторов. Например эксперимент, основанный на трех уровнях фактора А, двух уровнях фактора В и четырех уровнях фактора С, будет обозначен как 3×2×4-факторный план. Произведение этих чисел дает число обработок.

Если факторный эксперимент включает факторы, варьируемые на одинаковом числе уровней, то описание обычно дают в форме числа уровней в степени числа факторов k. Так, эксперимент с двумя факторами на трех уровнях каждый будет обозначен как 3^2-факторный эксперимент (k = 2) и требует 9 экспериментальных единиц для всех данных обработок.

Полные факторные планы иногда называют также перекрестными планами.

К термину «Дробный факторный эксперимент» (2.1.1)

Обычно дробный факторный эксперимент — это простая доля от всего множества возможных обработок. Например, половина, четверть и т. п.

К термину «Факторный эксперимент 2^k» (2.1.2.1)

Пример — Можно провести факторный эксперимент 2^4 для исследования влияния на процесс четырех факторов: давления, температуры, катализатора и оператора.
Пусть А — давление (высокое или низкое), В — температура (высокая или низкая), С — катализатор (есть или нет), D — соответствует оператору (первый или второй).

Факторный эксперимент 2^4 состоит из 16 обработок, как указано в таблице А.1. Символы «—» и «+» означают два возможных уровня фактора. Как правило, «—» означает низкий уровень, а «+» — высокий, хотя выбор обозначений уровней произволен.

Порядок, указанный в таблице А.1, известен как стандартный порядок Йейтса и может пригодиться на стадии анализа. Реальный порядок, в котором выполняют указанные обработки, надо определить с помощью рандомизации (1.29). Первый фактор А имеет чередующие знаки (—, +, —, + и т. д.). Второй фактор В имеет два минуса, два плюса. Третий фактор С имеет четыре минуса, четыре плюса. И последний фактор D имеет 8 минусов и 8 плюсов. Далее в настоящих рекомендациях минус будет обозначаться как —1, а плюс — как +1.

Вторая графа таблицы содержит краткое обозначение обработок. Наличие прописной буквы соответствует высшему уровню фактора, а отсутствие — низшему. Случай, когда все факторы находятся на низшем уровне, обозначают «(1)».

Таблица А.1 — Пример факторного эксперимента 2^4

Экспериментальная единица	Обработка	План			
		A	B	C	D
1	(1)	—	—	—	—
2	*a*	+	—	—	—
3	*b*	—	+	—	—
4	*ab*	+	+	—	—
5	*c*	—	—	+	—
6	*ac*	+	—	+	—
7	*bc*	—	+	+	—
8	*abc*	+	+	+	—
9	*d*	—	—	—	+
10	*ad*	+	—	—	+
11	*bd*	—	+	—	+
12	*abd*	+	+	—	+
13	*cd*	—	—	+	+
14	*acd*	+	—	+	+
15	*bcd*	—	+	+	+
16	*abcd*	+	+	+	+

Полный факторный эксперимент позволяет произвести оценку всех главных эффектов и взаимодействий. В приведенном примере есть 4 главных эффекта (А, В, С, D), шесть взаимодействий первого порядка (АВ, АС, AD, ВС, BD, CD), четыре взаимодействия второго порядка (ABC, ABD, ACD, BCD) и одно взаимодействие третьего порядка (ABCD).

Каждый из эффектов (например эффект А, взаимодействие между А и В и даже взаимодействие третьего порядка между А, В, С и D) можно оценить с помощью коэффициентов контрастов (см. пояснение к термину «регрессионный анализ»).

К термину «Дробный факторный эксперимент $2^{(k-p)}$» (2.1.2.2)

Для большого числа факторов полный факторный эксперимент 2^k может потребовать большего числа обработок, чем это физически возможно. При тщательном отборе факторов дробный факторный эксперимент может дать почти столько же информации, как и полный факторный эксперимент. В частности, выбор производят таким образом, чтобы эффекты и взаимодействия, представляющие практический интерес, смешивались лишь с теми эффектами, которыми можно пренебречь.

Для $p = 2$ получаемый эксперимент будет полурепликой, при $p = 4$ — четвертьрепликой и т. д.

Дробный факторный эксперимент 3 $2^{(k-p)}$ получают путем разделения факторов на две группы: главную, содержащую $k—p$ факторов, и вторичную, содержащую p факторов. Для $k—p$ факторов главной группы строят полный факторный эксперимент с $2^{(k-p)}$ экспериментальными единицами. Уровни каждого из факторов вторичной группы определяют в терминах уровней факторов главной группы. Множество из p уравнений, которые определяют факторы вторичной группы в терминах факторов главной группы, называют генерирующим соотношением, так как они генерируют план. Множество из p уравнений генерирующего соотношения можно использовать для вычисления $2^{k-p}—1$ уравнений определяющего соотношения (контраста), которое задает свойства плана.

Пример — Рассмотрим эксперимент с 6 факторами и 16 обработками. При этом можно провести дробный факторный эксперимент 2^{6-2} ($k = 6$; $p = 2$). 4 фактора (A, B, C, D) можно выбрать как основу для полного факторного эксперимента. Два других фактора (E и F) можно выразить через A, B, C, D. Один из возможных вариантов: E = ABC и F = BCD. (Отметим, что 4 буквенные последовательности или строки символов ABDE и BCDF, получаемые в этой конструкции, известны как слова. Например, ABC — трехбуквенное слово, ABCEG — пятибуквенное и т. д.). Используя для обозначений уровней факторов +1 и —1, уровни A, B, C определяют уровень фактора E через их произведение, а уровни B, C, D— уровень фактора F через произведение BCD. Например, для экспериментальной единицы номер 1 уровни A, B, C, D даны в таблице A.1 Уровни E и F для экспериментальной единицы номер 1 тоже находятся на нижних уровнях. Главный эффект E — это совместный эффект со взаимодействием второго порядка ABC, а главный эффект F— совместный с BCD. Полный совместный эффект I (смешивающая структура) может быть найден из генерирующего соотношения I = ABCE = BCDF = ADEF.

К термину «Разрешающая способность плана» (2.1.3)

Разрешающая способность плана описывает степень смешивания в конкретном плане. Число, описывающее длину, обычно обозначают римскими цифрами. Наиболее часто встречающиеся на практике ситуации с разрешающей способностью — III, IV, V.

Для плана с разрешающей способностью III кратчайшая строка (кроме I) имеет длину 3 символа и для этого плана главные эффекты не смешиваются с другими главными эффектами. По крайней мере один главный эффект смешивается с двухфакторным.

Для плана с разрешающей способностью IV главные эффекты не смешиваются с другими главными эффектами, а также с двухфакторными взаимодействиями.

Для плана с разрешающей способностью V главные эффекты и двухфакторные взаимодействия не смешиваются с другими главными эффектами и двухфакторными взаимодействиями.

Чем выше разрешающая способность, тем большее число эффектов (главных или взаимодействий) можно определить недвусмысленно. Если есть два плана с равным числом факторов и экспериментальных единиц, то надо выбирать тот, разрешающая способность которого выше.

Пример — Продолжим рассмотрение примера к термину «дробный факторный эксперимент» (2.1.2.2). Разрешающую способность плана для этого дробного факторного плана 2^{6-2} ($k = 6$, $p = 2$) получим из его определяющего соотношения. Точнее, разрешающая способность плана — это длина самого короткого (кроме I) слова в определяющем соотношении. При условии, что IA = AI = A; IB = BI = B; $I = A^2 = B^2 = C^2$ и так далее, генерирующее соотношение E = ABC эквивалентно EE = ABCE, что в свою очередь эквивалентно I = ABCE. Аналогично F = BCD приводит к I = BCDF. Определяющее соотношение выводят из обобщенного взаимодействия ABCE × BCDF = ADEF. Самое короткое слово имеет длину 4 символа, а значит, разрешающая способность равна IV.

Генераторы планов обычно называют генераторами Бокса-Хантера.

К термину «План отсеивания» (2.2)

Такие эксперименты обычно сосредоточены на исследовании главных эффектов, а наличие взаимодействий ведет к осложнениям при анализе и, как результат, к дополнительным экспериментам для разрешения неопределенности.

Примеры

1 Дробные факторные планы 2^{k-p} (особенно с высокой степенью дробности) могут рассматриваться как планы отсеивания.

2 Плаккетт и Берман предложили набор таких двухуровневых планов с числом обработок, кратным 4. Их планы обычно используют в тех ситуациях, когда число исследуемых главных эффектов приблизительно равно числу различных допустимых обработок. Например, 12 обработок плана Плаккетта-Бермана, приведенного в таблице А.2, можно использовать для выявления 11 главных эффектов. В этом плане наличие двухфакторного взаимодействия (например АВ) может повлиять на оценку главных эффектов C, D, . . . , K.

Таблица А.2 — План эксперимента с числом обработок, кратным 4

Номер опыта	Уровни факторов для главных эффектов										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	+	—	+	—	—	—	+	+	+	—	+
2	+	+	—	+	—	—	—	+	+	+	—
3	—	+	+	—	+	—	—	—	+	+	+
4	+	—	+	+	—	+	—	—	—	+	+
5	+	+	—	+	—	—	+	—	—	—	+
6	+	+	+	—	+	+	—	+	—	—	—
7	—	+	+	+	—	+	+	—	+	—	—
8	—	—	+	+	+	—	+	+	—	+	—
9	—	—	—	+	+	+	—	+	+	—	+
10	+	—	—	—	+	+	+	—	+	+	—
11	—	+	—	—	—	+	+	+	—	+	+
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Многие планы Плаккетта-Бермана связаны с матрицами Адамара, которые первоначально были выведены теоретически, но позже оказались полезными в планировании эксперимента. Матрицы Адамара легко сконструировать, если известен один столбец (или строка) матрицы. Как возможный вариант предположим, что нижняя строка состоит из одних минусов. Остальные столбцы получают из первого столбца сдвигом его на одну позицию вправо вниз, при этом его элемент с номером 11 переходит в первую позицию. Эту процедуру повторяют до тех пор, пока не заполнится вся матрица. Примеры некоторых из этих матриц приведены ниже. Для каждого случая достаточно указать положение знака плюс в первом столбце (таблица А.3).

Таблица А.3 — Номер обработки, содержащей знак плюс в первом столбце условной таблицы уровней факторов

Число обработок n	Номер опыта
12	1, 2, 4, 5, 6, 10
20	1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 17, 18
24	1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 13, 14, 17, 19

Отметим, что строки, указанные выше для n = 12, согласованы с планом, описанным в примере 2. Многие из планов Плаккетта-Бермана можно построить, применяя этот общий подход с использованием элементов одного столбца как основы. В случаях, когда n = 28, 52, 76, 92 и 100, этот простой подход не работает.

Тагути популяризовал использование планов Плаккетта-Бермана и ввел некоторые аббревиатуры: план L12 эквивалентен плану Плаккетта-Бермана с 12 обработками, приведенными выше. L20— это план Плаккетта-Бермана с 20 обработками. Следует отметить, что «L-план» обычно описывает значение матрицы плана в другом порядке, чем в матрицах Адамара.

Планы Плаккетта-Бермана можно адаптировать для использования в сверхнасыщенных планах, когда число факторов больше числа обработок.

К термину «Блочный план» (2.3)

Неоднородность экспериментальных единиц, в том случае если ее не учитывают в плане эксперимента, может уменьшить количество информации, получаемой из эксперимента из-за роста наблюдаемой вариации. Учет этого факта в плане может увеличить возможность эксперимента в достижении поставленной цели.

К термину «Рандомизированный блочный план» (2.3.1)

Рандомизированные блочные планы — это те, в которых экспериментальные единицы сгруппированы в блоки, причем единицы в одном блоке более однородны, чем единицы в разных блоках. В каждом блоке экспериментальным единицам назначают обработки случайным образом. Относительные эффекты обработок можно оценить без влияния эффектов других блоков.

К термину «План «латинский квадрат» (2.3.2)

План «латинский квадрат» включает три фактора: главный фактор, ассоциированный с обработкой, и два вторичных фактора, ассоциированных с эффектами блоков; все факторы имеют равное число уровней. Всего существует $h^2(h \geq 2)$ экспериментальных единиц, классифицированных в соответствии с двумя блоковыми факторами (фактор столбцов и фактор строк). Существуют h уровней главного фактора, которые распределены по h^2 экспериментальным единицам таким образом, что каждая строка и каждый столбец содержат каждый уровень обработки ровно один раз. Таким образом, план «латинский квадрат» — это обобщение рандомизированного блочного плана на случай двух блоковых факторов или источников внешней вариации. Ограничением служит то, что число уровней главного фактора и блоковых факторов должно быть одинаковым.

Пример — Ниже приведены три латинских квадрата 4×4, каждый из которых может быть основой плана «латинский квадрат». 4 строки соответствуют уровням одного блочного фактора, а 4 столбца — другого. 4 уровня обработки обозначены буквами A, B, C и D.

ABCD	ABCD	ABCD
BADC	DCBA	CDAB
CDAB	BADC	DCBA
DCBA	CDAB	BADC

План «латинский квадрат» обычно используют для исключения влияния двух выраженных блоковых эффектов, не представляющих значительного интереса, путем взаимной нейтрализации их действия. Блоки связывают со строками и столбцами квадрата: например, строки могут означать дни, а столбцы — операторов. Число уровней главного фактора и каждого из блочных факторов должно быть одинаковым. Рандомизацию можно провести, назначая случайно уровни главного фактора буквам, случайно выбирая латинский квадрат из списка или с помощью специальных процедур и назначением уровней блочных факторов случайным строкам и столбцам квадрата. [Всего есть 1(2×2); 12(3×3); 576(4×4); 161280(5×5) латинских квадратов. Из них 1(2×2); 1(3×3); 4(4×4); 56(5×5) «стандартных» латинских квадратов, в которых первая строка и первый столбец записаны в алфавитном порядке и из которых остальные квадраты можно получить перестановками строк и столбцов].

Основное предположение состоит в том, что эти блочные факторы не взаимодействуют (не вызывают побочных эффектов) с главным изучаемым фактором или друг с другом. Если это предположение неверно, то мера остаточной ошибки возрастает и эффект фактора смешивается с такими взаимодействиями. Когда предположения верны, план полезен для минимизации числа экспериментов. Иногда другие главные факторы используют в качестве блочных факторов, так что может быть три главных фактора вообще без блочных факторов. Это эквивалентно дробному факторному эксперименту в предположении отсутствия взаимодействий. Некоторые планы дробных факторных экспериментов образуют латинские квадраты, и, может быть, лучше подходить к этой проблеме с точки зрения дробного факторного эксперимента для более полного понимания предположений, сделанных относительно взаимодействий.

К термину «План греко-латинский квадрат» (2.3.3)

План «греко-латинский квадрат» включает 4 фактора и всего существует $h^2(h \geq 3)$ экспериментальных единиц, классифицированных по трем блочным факторам (например, строчный фактор, столбцовый фактор и греческая буква), каждый из которых имеет h уровней. Имеем h уровней главного фактора, которые назначены h^2 экспериментальным единицам случайным образом так, что каждая обработка появляется в каждой строке и столбце только один раз и с греческой буквой тоже только один раз.

Говорят, что два латинских квадрата ортогональны, если каждая буква в одном квадрате совпадает точно один раз с каждой буквой в другом квадрате. Пары ортогональных латинских квадратов можно скомбинировать для получения греко-латинских квадратов.

Греко-латинские квадраты позволяют объединять три блоковые переменные, каждая из которых имеет то же число уровней, что и главный фактор.

Пример — Греко-латинский квадрат 4×4 представлен ниже.

A α	B β	C γ	D δ
B δ	A γ	D β	C α
C β	D α	A δ	B γ
D γ	C δ	B α	A β

Фактор 1 задан строками, фактор 2 задан столбцами, а фактор 3 представлен греческими буквами. Главный фактор (4) представлен латинскими буквами.

К термину «Неполноблочный план» (2.3.4)

Рандомизированный блочный план (2.3.1) можно рассматривать как «полный» блочный план отдельного блока неполноблочного плана, подчеркивающий, что каждый блок имеет достаточное число экспериментальных единиц для данного числа обработок.

К термину «Сбалансированный неполноблочный план» (2.3.4.1)

Термин «сбалансированный» относят к постоянному числу пар, «неполный» — к невозможности исследовать каждый уровень каждого фактора в каждом блоке и термин «блок» относится к стратегии проведения эксперимента на однородных множествах экспериментальных единиц.

Примеры

1 Рассмотрим ситуацию с 4 обработками и 6 блоками, 2 обработками на блок ($l = 4$, $k = 2$, $b = 6$, $\lambda = 1$). Предположим более точно, что надо изучить 4 уровня (T_1, T_2, T_3, T_4) главного фактора, но только 2 уровня можно рассмотреть в один день. Если для выполнения эксперимента отведено 6 дней, то применим следующий план, представленный в таблице А.4.

Таблица А.4 — Сбалансированный неполноблочный план

День	План эксперимента для уровней			
	T_1	T_2	T_3	T_4
1	*	*		
2			*	*
3	*		*	
4		*		*
5	*			*
6		*	*	

В этом примере все возможные пары обработок (отмечены звездочками) появляются только один раз в каждом блоке.

2 Рассмотрим ситуацию с 6 уровнями главного фактора, с 10 блоками и с 3 уровнями на блок ($l = 6$, $k = 3$, $b = 10$, $\lambda = 2$). В этом случае можно предположить, что нужны 20 блоков, так как для 6 уровней существуют 20 возможных троек. Рассмотрим следующий набор обработок, где каждый блок задан тройкой:

(T_1, T_2, T_3), (T_1, T_2, T_4), (T_1, T_3, T_5), (T_1, T_4, T_6), (τ_1, T_5, T_6),

(T_2, T_3, T_6), (T_2, T_4, T_5), (T_2, T_5, T_6), (T_3, T_4, T_5), (T_3, T_4, T_6).

Здесь каждая пара уровней появляется в каждом блоке ровно 2 раза, показывая, что 10 блоков может быть достаточно.

3 Рассмотрим ситуацию с 7 уровнями и 7 блоками с 4 уровнями на блок ($l = 7$, $k = 4$, $b = 7$, $\lambda = 2$) (таблица А.5).

Таблица А.5 — Данные примера 3

Блок	Уровни главного фактора			
1	1	2	3	6
2	2	3	4	7
3	3	4	5	1
4	4	5	6	2
5	5	6	7	3
6	6	7	1	4
7	7	1	2	5

Сбалансированный неполноблочный план подразумевает, что каждый уровень главного фактора появляется одинаковое число раз (h) в эксперименте и что имеют место следующие отношения:

$$bk = lh,\ b \geq l \ \text{и}\ h(k-1) = \lambda\,(l-1).$$

Так как каждая буква в этих уравнениях представляет целое число, то ясно, что только ограниченный набор комбинаций (l, k, b, h, λ) подходит для конструирования сбалансированного неполноблочного плана. Однако наличие пятерки чисел (l, k, b, h, λ) не означает, что такой план существует.

Для рандомизации следует расположить блоки и уровни внутри каждого блока независимым случайным образом.

К термину «Частично сбалансированный неполноблочный план» (2.3.4.2)

Неполноблочный план с l уровнями и b блоками — это частично сбалансированный неполноблочный план с $m \geq 2$ ассоциированными классами, если выполнены следующие условия:

а) каждый блок содержит $k < l$ различных уровней;

б) каждый уровень появляется в h блоках;

в) между уровнями существует отношение, удовлетворяющее:

- любые два уровня: либо 1, либо 2, . . . , либо m ассоциированы, это отношение симметрично (если уровень α_i ассоциирован с уровнем β, то β_i ассоциирован с уровнем α);

- каждый уровень имеет n_i i-ассоциированных уровней, где $i = 1, 2, \ldots, m$; причем значения n_i не зависят от выбранного уровня;

- для данной пары α и β_i-ассоциированных элементов число уровней, которые j-ассоциированы с α и k, ассоциированными с β, равно p^i_{jk}, где $i, j, k = 1, \ldots, m$. Число p^i_{jk} не зависит от пары (α, β) i-ассоциированных уровней;

г) любые два уровня, которые i-ассоциированы, появляются одновременно в λ_i блоках, причем все λ_i равны ($i = 1, 2, \ldots, m$).

Целые числа $l, b, h, k, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$; $n_1, n_2, \ldots, n_m$; p^i_{jk}, где $i, j, k = 1, 2, \ldots, m$ связаны следующими соотношениями:

$$l \cdot h = b \cdot k;$$

$$n_1\lambda_1 + n_2\lambda_2 +, \ldots, + n_m\lambda_m = h(k-1);$$

$$n_1 + n_2 +, \ldots, + n_m = l - 1;$$

$$n_i\, p^i_{jk} = n_j\, p^j_{ik} = n_k\, p^k_{ij}.$$

Пример — Рассмотрим ситуацию, когда $l = 6$, $k = 4$, $b = 6$, $h = 4$, $n_i = 1$, $n_2 = 4$, $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 2$, как это описано в таблице А.6.

Таблица А.6 — Данные примера для частично сбалансированного неполноблочного плана

Блок	Уровни главного фактора			
1	1	4	2	5
2	2	5	3	6
3	3	6	1	4
4	4	1	5	2
5	5	2	6	3
6	6	3	4	1

В этом плане каждый уровень появляется четыре раза ($h = 4$), начиная с любого уровня, например с первого уровня ($n_1 = 1$). Например, уровень 4 появляется с уровнем 1 в четырех блоках ($\lambda_1 = 4$) и на четырех уровнях ($n_2 = 4$). Уровни 2, 3, 5, 6 с уровнем 1 появляются в двух блоках ($\lambda_2 = 2$). Параметры n_1, n_2, λ_1, λ_2 одни и те же, независимо от начального уровня.

К термину «Квадрат Юдена» (2.3.5)

Квадрат Юдена можно рассматривать как план с двумя блоковыми факторами, ассоциированными со строками и столбцами матрицы, элементы которой представляют уровни главного фактора. Предположим, например, что этот план имеет такое же число столбцов, как и уровней, но меньшее число строк, чем столбцов. Каждый уровень появится лишь один раз в каждой строке, что дает рандомизированный блочный план относительно строкового блочного фактора. Тем не менее, обращаясь к столбцовому блоковому фактору, получаем сбалансированный неполноблочный план. Удаление четвертой строки из латинского квадрата 4×4 дает квадрат Юдена 3×4.

Примеры

1 Преобразование латинского квадрата 4×4 в квадрат Юдена 3×4

Блоковый фактор 1 (строки)	Блоковый фактор 2 (столбцы)			
	1	2	3	4
1	A	D	C	B
2	B	A	D	C
3	C	B	A	D
~~4~~	~~D~~	~~C~~	~~B~~	~~A~~

где A, B, C и D — четыре уровня главного фактора;

~~A~~, ~~B~~, ~~C~~, ~~D~~ — уровни фактора, удаленные из латинского квадрата.

2 Следующее расположение цифр описывает квадрат Юдена 4×7:

3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

В этом примере видны строки из рандомизированного блочного плана и столбцы из сбалансированного неполноблочного плана с параметрами $l = b = 7$, $h = k = 4$ и $\lambda = 2$.

К термину «План с расщепленной делянкой» (2.3.6)

Пример — Три варианта фактора А испытывают в двух повторениях. В каждом варианте фактора А изучают два одинаковых варианта фактора В.

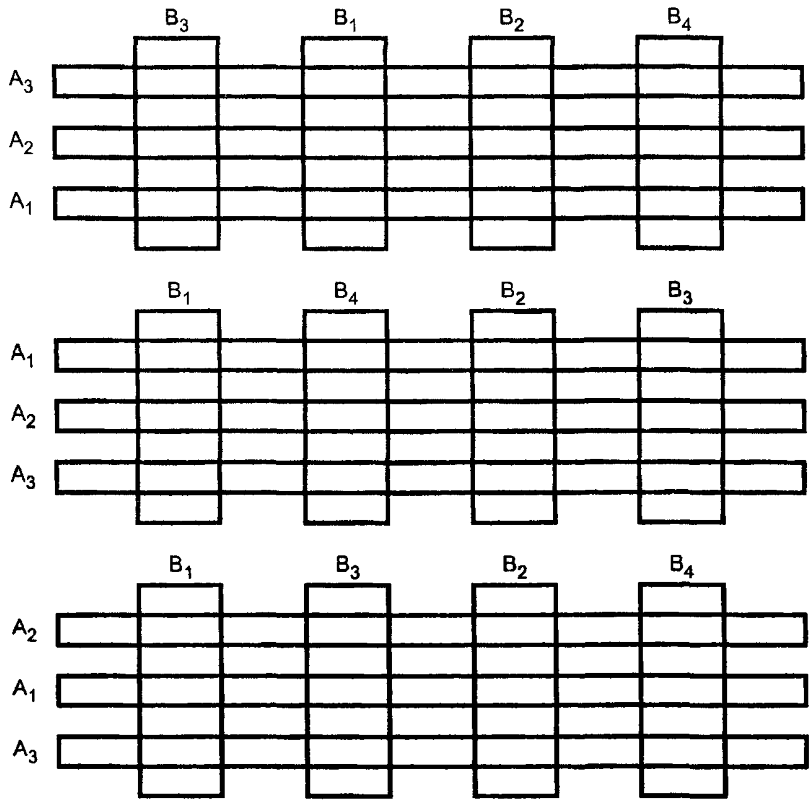
Делянка	Повторение 1		Повторение 2	
A_1	A_1 B_2	A_1 B_1	A_1 B_2	A_1 B_1
A_2	A_2 B_1	A_2 B_2	A_2 B_1	A_2 B_2
A_3	A_3 B_1	A_3 B_2	A_3 B_2	A_3 B_1

В этом примере повторения играют роль блоков для первого этапа главного фактора А и каждая делянка, связанная с одним из трех вариантов А, играет роль блоков на втором этапе дополнительного главного фактора В (фактор внутри делянки), изучаемого внутри варианта фактора А. Следовательно, ошибка опыта для фактора В внутри делянки должна быть меньше, чем для всего эксперимента. В плане с расщепленной делянкой получают разные меры остаточной ошибки для эффектов внутри делянки и между делянками. Можно обобщить такой план дальше за счет включения фактора третьего этапа в варианты фактора второго этапа. План такого типа часто используется, когда долговременные или крупномасштабные опыты проводятся с уровнями фактора, которые нелегко изменяются, а остальные факторы могут меняться без проблем в ходе опыта или на большой площади.

Такой тип расположения факторов обычен для промышленного экспериментирования, как, впрочем, и для сельскохозяйственного (откуда и пришло само название). Часто одна серия обработок требует большой партии исходного материала для эксперимента, в то время как остальные можно сравнивать на малых количествах. Например, сравнение различных типов металлургических печей, используемых для производства некоторого сплава, потребует большего количества сплава, чем сравнение разных типов литейных форм, в которые можно заливать этот сплав. Типы печей рассматривают как варианты фактора первого этапа, а варианты форм — как варианты фактора второго этапа (внутри делянки). Другой пример — большой станок, скорость которого можно поменять только заменив редуктор, что долго и дорого, поэтому желательна редкая перемена этого фактора. Но материал, обрабатываемый на данном станке на каждом этапе, можно подвергать различным способам термообработки, формовать при разных давлениях и полировать с помощью различных полировальных составов, то есть эти факторы относительно просто переводить с одного уровня на другой. Они и образуют факторы внутри делянки (факторы второго этапа), тогда как изменение скорости — это фактор между делянками (или фактор первого этапа).

К термину «Двухфакторный план с расщепленной делянкой» (2.3.7)

Пример — Для плана 3×4 подходящие расположения после рандомизации могут выглядеть так:



План с двусторонне расщепленной делянкой приводит к меньшей точности определения главных эффектов А и В, но обеспечивает большую точность измерения взаимодействий. Последние, как правило, определяются точнее, чем в рандомизированных блочных или обычных планах с расщепленной делянкой

В промышленном экспериментировании их использование иногда неизбежно. Например, в текстильной промышленности фактором А могут быть различные методы отбеливания пероксидом хлора, а фактором В — различные количества перекиси водорода в процессе охлаждения.

К термину «План поверхности отклика» (2.4)

Преимущество использования плана поверхности отклика заключается в том, что он предлагает поправку к предсказывающим переменным (которые по предположению непрерывны), что позволяет получать «улучшенные» отклики.

Примеры

1 Ниже приведены данные центрального композиционного плана Это набор обработок, состоящий из кубических, звездных и центральной точек, выбран так, чтобы получить эффективный план (обычно ротатабельный). Для трех предикторов приведенный ниже набор образует центральный композиционный план.

Экспериментальные единицы	x_1	x_2	x_3
1	—1	—1	—1
2	1	—1	—1
3	—1	1	—1
4	1	1	—1
5	—1	—1	1
6	1	—1	1
7	—1	1	1
8	1	1	1
9	0	0	0
10	0	0	0
11	—2	0	0
12	2	0	0
13	0	—2	0
14	0	2	0
15	0	0	—2
16	0	0	2

Экспериментальные единицы 1—8 образуют кубическую часть плана, эквивалентную факторному плану 2^3. Уровни предсказывающих переменных даны в кодированных значениях.

Экспериментальные единицы 9 и 10 — это обработки в центральных точках, а 11—16 — в звездных. Предполагают, что сначала можно реализовать первые 8 опытов, а затем выполнить остальные. Действительный порядок обработок надо рандомизировать. Центральный композиционный план облегчает последовательную «сборку» компонентов плана. Подобранная по данным, полученным из эксперимента, модель может состоять из линейной (x_1, x_2, x_3), квадратичной (x_1^2, x_2^2, x_3^2) моделей и двухфакторных взаимодействий (x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3).

Распространенный вариант центрального композиционного плана состоит в использовании меньшего числа уровней факторов, это так называемый «сжатый» центральный композиционный план, получаемый выбором $\alpha = 1$ для всех звездных точек. Меньшее число уровней факторов может привести к потере ротатабельности (в зависимости от числа факторов).

2 План Бокса-Бенкена получают соответствующей комбинацией факторного плана 2^k с сбалансированным неполноблочным планом. Следующий набор образует план Бокса-Бенкена для трех переменных x_1, x_2, x_3.

Экспериментальные единицы	x_1	x_2	x_3
1	0	—1	—1
2	0	1	—1
3	0	—1	1
4	0	1	1
5	—1	0	—1
6	1	0	—1
7	—1	0	1
8	1	0	1
9	—1	—1	0
10	1	—1	0
11	—1	1	0
12	1	1	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

3 Пятиугольный план — это двухфакторный план, в котором точки плана — это 5 равномерно расположенных на единичной окружности точек (используя кодированные уровни переменных) и, возможно дублированных, центральных точек. Набор 5 точек, удовлетворяющих этому условию, следующий: (1; 0), (0,309; 0,951), (—0,809; 0,588), (—0,809; —0,588), (0,309; —0,951). Отметим, что cos 72° = 0,309, sin 72° = 0,951 и т. д.

4 Шестиугольный план —это двухфакторный план, в котором точки плана — это 6 равномерно расположенных на единичной окружности точек (используя кодированные уровни переменных) и, возможно дублированных, центральных точек. Набор 6 точек, удовлетворяющих этому условию, следующий: (1; 0), (0,5; 0,866), (—1; 0), (—0,5; —0,866). Отметим, что cos 60°= 0,5; sin 60° = 0,866 и т. д.

Любой правильный многоугольник, вписанный в окружность единичного радиуса, может служить основой ротатабельного плана в классе планов поверхностей отклика.

К термину «План для смесей» (2.5)

Факторы, описывающие содержание доли металлов в сплаве, — типичный пример плана для смесей. Пространство плана должно удовлетворять условию $X_1 + X_2 +, \ldots, + X_k = 1$.

Специальные планы применимы при наличии дальнейших ограничений, например при минимизации доли выбранных факторов.

К термину «(Гнездовой) эксперимент с группировкой» (2.6)

Такие планы обычно используют для оценки компонентов дисперсии рассматриваемых факторов. В случае трех факторов А, В, С каждый уровень фактора В появляется только при одном уровне фактора А, а каждый уровень фактора С появляется только при одном уровне фактора В. Эксперимент с группировкой для k-факторов, где $k \geq 2$, еще называют k-ступенчатым экспериментом с группировкой.

Пример — Рассмотрим ситуацию, когда три различных поставщика предоставляют по 4 партии сырья компании, которая последовательно анализирует их на чистоту (рисунок А.2).

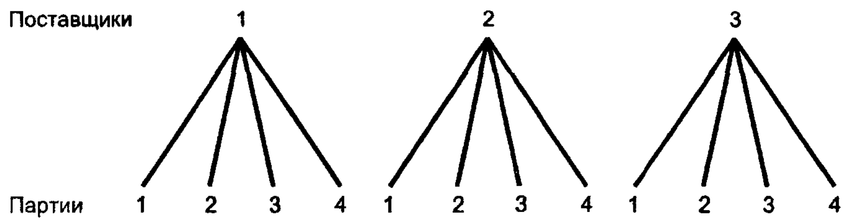


Рисунок А.2 — Иллюстрация примера

Как видно из рисунка А.2, партии сгруппированы по поставщикам, так как партия 1 от первого поставщика отличается от партии 1 от второго поставщика. Хотя номер партии тот же самый, факторы партии и поставщика не пересекаются. Этот пример даст план с группировкой и в том случае, если каждый поставщик поставляет разное число партий. Следующий рисунок А.3 так же описывает эксперимент с группировкой.

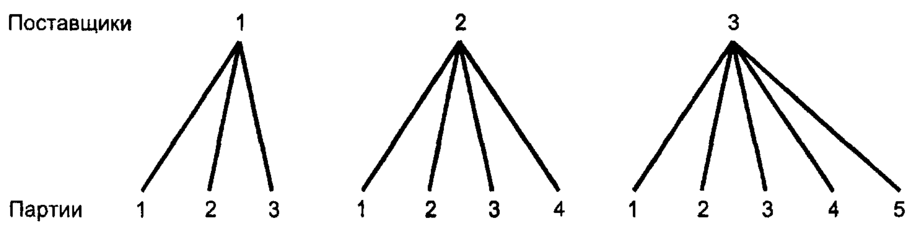


Рисунок А.3 — Иллюстрация эксперимента с группировкой

Анализ намного упрощается в том случае, если число партий от каждого поставщика одинаково.

Как правило, эксперименты с группировкой используют в терминах компонент, дисперсии, а не в терминах различия уровней отклика или прогнозирующих моделей.

К термину «Сбалансированный (гнездовой) эксперимент с группировкой» (2.6.1)

Пример — На рисунке А.4 изображен сбалансированный эксперимент с группировкой.

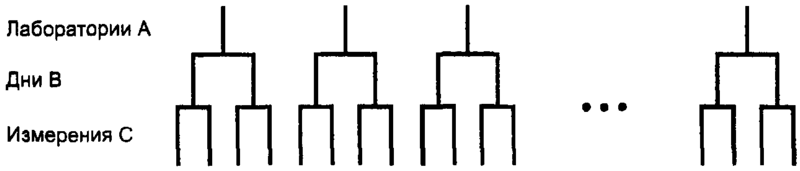


Рисунок А.4 — Сбалансированный (гнездовой) эксперимент с группировкой

Указанный эксперимент — это сбалансированный план с группировкой, поскольку каждая лаборатория тратит два дня (число уровней фактора В равно 2), а два результата измерения получают в каждой лаборатории за день (число уровней фактора С равно 2). Дни, используемые лабораториями, скорее всего будут разными, так как они по предположению были выбраны случайным образом из некоторого интервала.

Иногда допускается изменить определения уровней фактора таким образом, чтобы стало возможным сравнить их с другими факторами для получения более полной информации. B_1 может быть назначен на понедельник, а B_2 — на пятницу. Следовательно, результаты, полученные в понедельник, можно сравнивать с результатами, полученными в пятницу. И, следовательно, для всех лабораторий это будет общим, в отличие от ситуации, рассмотренной выше, где назначения дней были не связаны. В этом случае мы получаем пересекающуюся (то есть каждый уровень фактора используют со всеми уровнями другого фактора), а не иерархическую классификацию и, следовательно, ее можно рассматривать как факторный эксперимент.

К термину «Нерегулярный (гнездовой) эксперимент с группировкой» (2.6.2)

Для нерегулярного эксперимента с группировкой все эффекты факторов оценивают приблизительно с тем же числом степеней свободы.

Пример — На рисунке А.5 изображен нерегулярный эксперимент с группировкой.

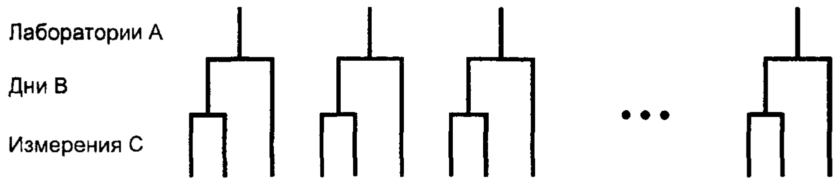


Рисунок А.5 — Уступчатый гнездовой эксперимент

К термину «Оптимальный план» (2.7)

При оптимизации определенного критерия следует отметить, что получаемый оптимальный план зависит от корректности принятой модели. Если эта модель неверна, то полученный план может быть теоретически (то есть математически) оптимальным, но практически он бесполезен.

К термину «Матрица плана» (2.7.1)

Индивидуальные обработки, составляющие строки матрицы плана, могут быть уже преобразованы в соответствии с постулируемой моделью.

Для данного плана эксперимента можно построить несколько матриц плана в зависимости от постулируемой модели.

Матрицу плана или модели обычно обозначают как X. Каждая строка X соответствует одной обработке. Первый столбец X может состоять из единиц, если общее среднее, например μ, присутствует в модели. Другие столбцы могут обозначать факторы или функции предсказывающих переменных.

К термину «D-оптимальный план» (2.7.1.1)

Критерий D-оптимального плана определяется объемом доверительного эллипсоида коэффициентов, связанных с матрицей плана X. Планы Плаккетта-Бермана из 2.2 D-оптимальны относительно модели главных эффектов.

К термину «А-оптимальный план» (2.7.1.2)

Критерий А-оптимального плана объединяет меру объема доверительного эллипсоида и степень его сферичности.

К термину «G-оптимальный план» (2.7.1.3)

Оптимальность данного плана не зависит явно от матрицы X. Можно доказать, что при некоторых условиях критерии D- и G-оптимальных планов эквивалентны, так что можно использовать G-критерий, обеспечивающий процесс оптимизации для получения D-оптимального плана.

К термину «Ортогональный план» (2.8)

Пара факторов ортогональна, если она удовлетворяет условию

$$n_{ij} = (n_i \times n_j)/N$$

для каждой комбинации уровней (i, j) и каждой пары столбцов;
где n_{ij} — число появлений комбинации уровня (i, j) в любых двух столбцах;
n_i — число появлений уровня i в одном столбце;
n_j — число появлений уровня j в другом столбце;
N — общее число экспериментальных единиц.

К термину «Насыщенный план» (2.9)

Невозможно однозначно определить больше параметров, чем число экспериментальных единиц данного плана.

К термину «Графический метод» (3.1)

Простые графики могут представить начальную, но эффективную оценку результатов спланированного эксперимента.

К термину «График главных эффектов» (3.1.1)

Пример — Рисунок А.6 дает пример графика главных эффектов. Отклик — степень конверсии (в процентах), а предсказывающие переменные — количество катализатора (А), температура (В), давление (С) и концентрация (D). Каждый предиктор был задан на двух уровнях, обозначенных как «—» — низкий и «+» — высокий. Таким образом был проведен полный факторный эксперимент 2^4. Из рисунка видно, что температура влияет на конверсию сильнее остальных предсказывающих переменных. Влияние катализатора стоит на втором месте, а влияние других двух факторов сравнимо и незначительно. Следует провести дополнительный анализ, чтобы определить, насколько наклон соединяющих линий на графике значимо отличается от нуля.

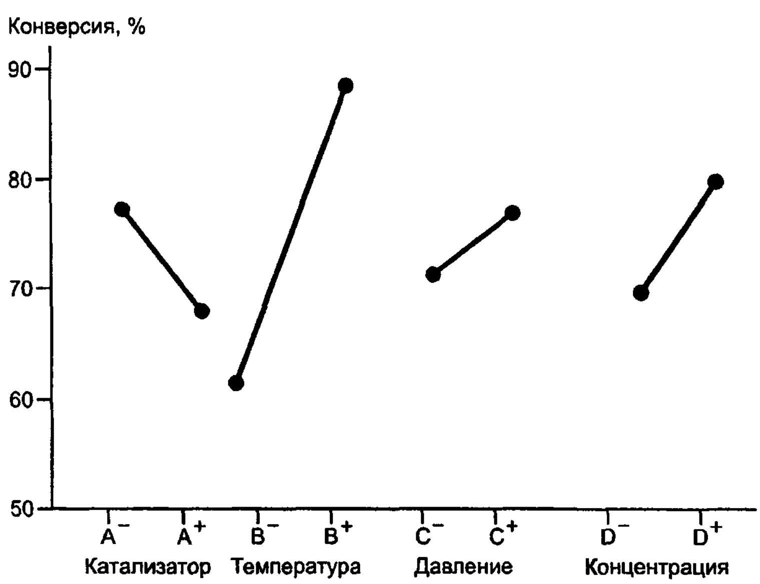


Рисунок А.6 — График главных эффектов

График главных эффектов дает средний отклик на различных уровнях каждого фактора. Характер и величина влияния каждого фактора на отклик ясны из графика. Наличие взаимодействий может скрыть влияние различных факторов.

К термину «График взаимодействий» (3.1.2)

График взаимодействий дает инструмент для обнаружения и интерпретации взаимодействий. Отсутствие параллелизма на графике указывает на эффект взаимодействия.

К термину «График квантилей эффектов» (3.1.3)

Пример — На рисунке А.7 представлены данные, взятые из примера к термину «график главных эффектов» (3.1.1).

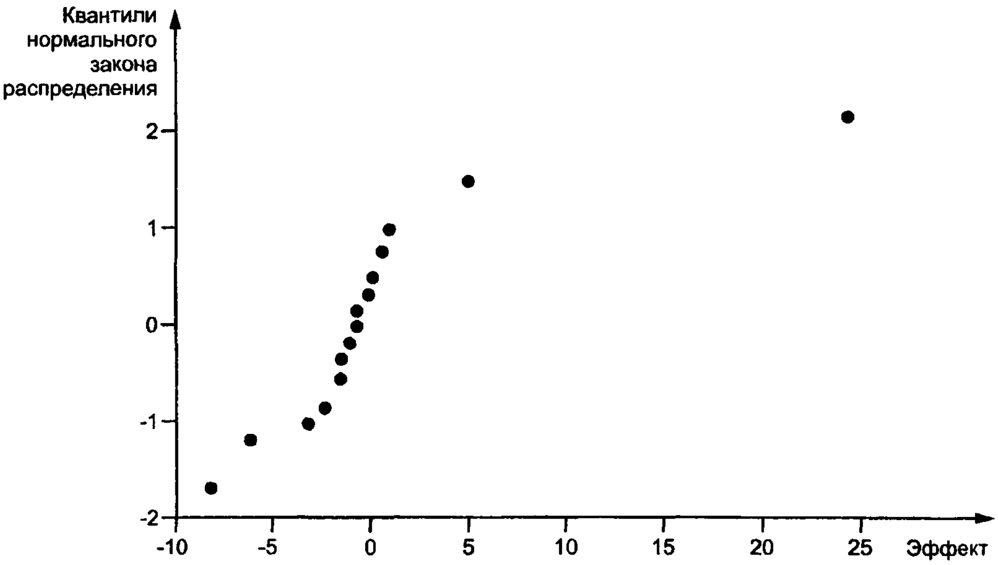


Рисунок А.7 — График квантилей эффектов

Для экспериментов без повторений этот график может подсказать доминирующие эффекты (то есть те точки, которые лежат далеко вправо или далеко влево от «руководящей» линии, проходящей через массу нанесенных на график точек. На этом рисунке верхняя правая точка со значением, равным 5, соответствует эффекту температуры.

К термину «График остатков» (3.1.4)

Пример — Продолжим рассмотрение примера к термину «график главных эффектов» (3.1.1). Используем модель с четырьмя главными эффектами и взаимодействием BD, где B – температура, D— концентрация. График остатков представлен на рисунке А.8.

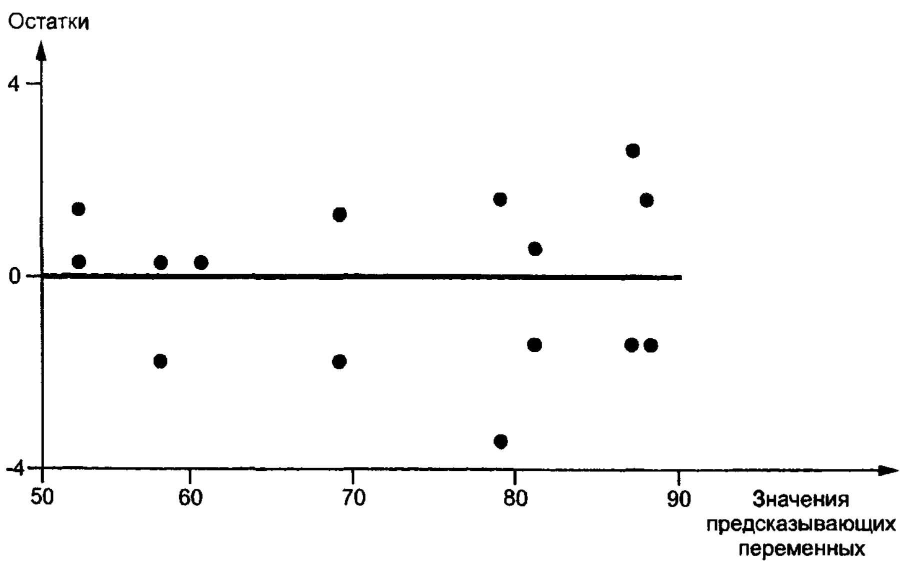


Рисунок А.8 — График остатков

К термину «Метод наименьших квадратов» (3.2)

Ошибки эксперимента, связанные с отдельными наблюдениями, обычно предполагаются независимыми, хотя методы статистических выводов могут быть скорректированы с учетом корреляции ошибок. Обычный дисперсионный анализ, регрессионный анализ и ковариационный анализ — все основаны на методе наименьших квадратов и обладают различными преимуществами при вычислениях и интерпретации результатов, связанных со степенью некоторых балансов в расположениях экспериментов, которые допускают удобные группировки данных.

К термину «Регрессионный анализ» (3.3)

Регрессионный анализ обычно связывают с процессом оценивания параметров постулируемой модели с помощью оптимизации значения целевой функции (например, минимизируя сумму квадратов разностей между наблюдаемыми откликами и предсказанными по модели). Существующее статистическое программное обеспечение, устранив большинство проблем, связанных с получением оценок параметров и их стандартных ошибок, содержит немало моделей диагностики. Регрессионный анализ также облегчает рассмотрение других мер для отклика. Например, если нас интересует дисперсия в факторном эксперименте с повторениями, то отклик логарифм S_i^2 (где S_i^2 — выборочная дисперсия по параллельным точкам) может быть проанализирован и интерпретирован легче, чем сами отклики.

Регрессионный анализ играет роль, сходную с дисперсионным анализом, и особенно подходит для случая, когда уровни факторов непрерывны и важна явная предсказывающая модель. Регрессионный анализ можно также использовать в экспериментах с пропущенными данными в отличие от дисперсионного анализа, который требует сбалансированных данных. Однако потеря баланса увеличивает зависимость от порядка (общие элементы включаются в первый коррелированный член, а не в последующие члены проверок гипотез), а также ведет к потере других преимуществ сбалансированного эксперимента. Для сбалансированных экспериментов обе методики — варианты метода наименьших квадратов, и они дают сравнимые результаты.

Пример — Рассмотрим ортогональный план с тремя факторами в факторном эксперименте 2^3 без повторений. Для экспериментальной единицы постулируется следующая модель:

$$Y = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + e,$$

где $x_0 = 1$;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ — коэффициенты регрессии;

x_1 — уровень фактора А;

x_2 — уровень фактора В;

x_3 — уровень фактора С;

e — случайная ошибка.

Эту модель можно применить и для трех качественных факторов, уровни которых закодированы как −1 и +1.

В таблицах А.7 и А.8 представлен регрессионный анализ для данного примера.

Таблица А.7 — Регрессионный анализ для примера 1

Источник вариации	Коэффициент регрессии	Сумма квадратов	Степень свободы	Средний квадрат
Всего	—	$S_T = \Sigma Y_i^2$	8	—
Постоянный (X_0)	$\beta_0 = \dfrac{\Sigma x_{0i} Y_i}{\Sigma x_{0i}^2}$	$S_{x_0} = \beta_0 \Sigma x_{0i} Y_i$	1	S_{x_0}
Регрессия на X_1(А)	$\beta_1 = \dfrac{\Sigma x_{1i} Y_i}{\Sigma x_{1i}^2}$	$S_{x_1} = \beta_1 \Sigma x_{1i} Y_i$	1	S_{x_1}
Регрессия на X_2(В)	$\beta_2 = \dfrac{\Sigma x_{2i} Y_i}{\Sigma x_{2i}^2}$	$S_{x_2} = \beta_2 \Sigma x_{2i} Y_i$	1	S_{x_2}
Регрессия на X_3(С)	$\beta_3 = \dfrac{\Sigma x_{3i} Y_i}{\Sigma x_{3i}^2}$	$S_{x_3} = \beta_3 \Sigma x_{3i} Y_i$	1	S_{x_3}
Остаток	—	$S_E = S_T - S_{x0} - S_{x1} - S_{x2} - S_{x3}$	4	$S_E/4$

Окончание таблицы А.7

Примечание $X_{ji} = X_{ji} - \bar{X}_i$, где $\bar{X}_i = \sum_{i=1}^{4} X_{ji}/4$.

Если в одном блоке эксперимент 2^3 был повторен, то степени свободы для строки «всего» (строка 1) будут равны 16, а для строки «остаток» будут равны 12. «Остаточную» сумму квадратов можно тогда разделить на 2 части: одна связана с «повторениями», а вторая — с «неадекватностью» и со степенями свободы 8 и 4 соответственно.

Таблица А.8 — Дополнительные действия для эксперимента с повторениями

Источник вариации	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	F	Ожидаемое
Остаток	S_E	12	$S_E/12$		
Повторения	$S_R = \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_i)$	8	$S_E/8$		
Неадекватность	$S_L = S_E - S_R$	4	$S_L/4$		

Статистическую значимость каждого источника можно проверить, используя F-статистику для среднего квадрата этого источника и соответствующее значение ошибки, если подходит предположение о нормальности распределения. Для ситуации без повторений «остаточный» член сравнивается с регрессионным. Для ситуации с двумя повторениями член «неадекватность» сравнивается с «повторениями» («ошибка эксперимента») для определения, адекватна ли модель. «Повторение» представляет меру ошибки эксперимента, свободной от возможного вклада от неадекватности модели, который может смешиваться с «остатком».

К термину «Дисперсионный анализ» (3.4)

Дисперсионный анализ облегчает оценивание компонент дисперсии и проверку гипотез о параметрах модели.

Таблица дисперсионного анализа обычно содержит столбцы для:
- источника вариации;
- сумм квадратов (SS);
- степеней свободы (DF);
- средних квадратов (MS) (сумм квадратов, деленных на число степеней свободы);
- F (отношения средних квадратов в строке к среднему квадрату, связанному с ошибкой);
- ожидаемых средних квадратов E(MS) (математического ожидания суммы квадратов данных в терминах параметров модели).

Строки таблицы представляют определенные эффекты факторов или взаимодействия, блоки (если в эксперименте применялось блокирование) или ошибки (остаточные эффекты, не учтенные моделью или блоками). Строка, обозначенная «всего», обычно содержит общую сумму квадратов относительно общего среднего и основана на числе степеней свободы, которое на единицу меньше, чем объем выборки.

Пример

Рассмотрим рандомизированный блочный план, в котором наблюдения получены с i-го уровня из l уровней фактора А в j-м блоке из h; обозначены как: Y_{ij} = (I = 1, 2, . . . , l; j = 1, 2, . . . , h). Основной фактор А обозначает постоянный эффект обработки; фактор В представляет постоянный эффект блока. Тогда выполняется следующая таблица А.9 дисперсионного анализа:

Таблица А.9 — Дисперсионный анализ для примера

Источник вариации	Сумма квадратов (SS)	Степени свободы (DF)	Средний квадрат (MS)	F	Ожидаемый средний квадрат [E(MS)]
Всего	$S_T = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y})^2$	$\nu_T = hl - 1$	—	—	—
Фактор А (обработка)	$S_A = h \sum_i (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2$	$\nu_A = l - 1$	$MS_A = \frac{S_A}{\nu_A}$	$F(\nu_A, \nu_e) = \frac{MS_A}{MS_e}$	$\sigma^2 + hK_A^2$
Фактор В (блок)	$S_B = l \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_j)^2$	$\nu_B = h - 1$	$MS_B = \frac{S_B}{\nu_B}$	$F(\nu_B, \nu_e) = \frac{MS_B}{MS_e}$	$\sigma^2 + lK_B^2$
Ошибка	$S_e = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y})^2$	$\nu_e = (l - 1)(h - 1)$	$MS_B = \frac{S_e}{\nu_e}$	—	σ^2

В таблице А.9:

$S_T = S_A + S_B + S_e$;

$\nu_T = \nu_A + \nu_B - \nu_e$;

F (ν_A, ν_e), F (ν_B, ν_e) — F-статистики.

Одна модель, связанная с наблюдениями, имеет следующий вид

$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$; $i = 1, 2, \ldots, l$; $j = 1, 2, \ldots, h$,

где $\Sigma\,\alpha_i = \Sigma\,\beta_j = 0$; $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$;

$$K_A^2 = \frac{\Sigma\,\alpha_i^2}{(l-1)};\; K_B^2 = \frac{\Sigma\,\beta_i^2}{(h-1)},$$

где μ — общее среднее;

α_i — эффект i-й обработки;

β_i — эффект j-го блока;

e_{ij} — ошибка эксперимента;

σ^2 — дисперсия случайной величины;

$N(0, \sigma^2)$ — нормированное нормальное распределение с параметрами $(0, \sigma^2)$.

В этом примере предполагают, что назначены постоянные уровни. Оценки метода наименьших квадратов для μ, α_i, β_i и σ^2 получают по следующим формулам:

$$\hat{\mu} = \overline{Y} = \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij}}{h-1};$$

$$\hat{\alpha}_i = \overline{Y}_i - \overline{Y} = \sum_j \frac{Y_{ij}}{h} - \overline{Y};$$

$$\hat{\beta}_j = \overline{Y}_j - \overline{Y} = \sum_i \frac{Y_{ij}}{l} - \overline{Y};$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_i \sum_j \frac{(Y_{ij} - \overline{Y}_i - \overline{Y}_j + \overline{Y})^2}{[(l-1)(h-1)]} = S_e^2.$$

Формулы этого примера упрощенные, так как в рандомизированном блочном плане каждая ячейка должна содержать одинаковое число наблюдений.

Основы предположения дисперсионного анализа: эффекты всех источников вариации аддитивны и экспериментальные ошибки независимы и имеют нормальное распределение со средним, равным нулю, и равными дисперсиями. Этот метод вместе с F-отношением используется для проверки значимости этих источников вариации и для получения оценки дисперсии, связанной с этими источниками. Предположение о нормальности распределения необходимо только для этой проверки значимости и для вычисления доверительных интервалов. Средние арифметические и взаимодействия обычно получают суммированием в таблицах сопряженности с двумя (или k) уровнями. Этот пример предполагает модель 1 (модель постоянных эффектов). Когда предположение о нормальности ошибок не проходит, допускается использовать преобразования (например логарифмирование) откликов или применять непараметрические процедуры.

К термину «Модель дисперсионного анализа с постоянными эффектами» (3.4.1)

При постоянных уровнях нельзя вычислить компоненты дисперсии. Эту модель также иногда называют «моделью 1-го дисперсионного анализа».

К термину «Модель дисперсионного анализа со случайными эффектами» (3.4.2)

Случайные уровни в основном интересны при получении оценок компонентов дисперсии. Эту модель обычно называют «моделью 2-го дисперсионного анализа».

Пример — Рассмотрим ситуацию, когда в процессе обрабатываются партии сырья.

Партию можно рассматривать как случайный фактор, когда несколько партий случайным образом выбраны из совокупности партий.

К термину «Смешанная модель дисперсионного анализа» (3.4.3)

Компоненты дисперсии имеют смысл только для случайных факторов. Более того, оценки эффектов применимы только для фиксированных факторов. Эту модель также называют «модель 3-го дисперсионного анализа».

К термину «Ковариационный анализ» (3.5)

Ковариационный анализ можно рассматривать как комбинацию регрессионного и дисперсионного анализов.

Обычно сопутствующий фактор нельзя учесть при планировании эксперимента и нежелательное влияние на результаты приходится учитывать уже в анализе. Например, экспериментальные единицы могут различаться по количеству некоторого химического компонента от единицы к единице. Его можно измерить, но нельзя изменить.

УДК 658.562.012.7:65.012.122:006.354 ОКС 03.120.30 Т59 ОКСТУ 0011

Ключевые слова: статистические методы, эксперимент, план эксперимента, фактор, эффект, взаимодействие, отклик, опыты, регрессионный анализ, дисперсионный анализ

Рекомендации по стандартизации

Статистические методы

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Термины и определения

БЗ 6—2001/151

Редактор *Т.С. Шеко*
Технический редактор *В.Н. Прусакова*
Корректор *В.И. Варенцова*
Компьютерная верстка *И.А. Налейкиной*

Изд. лиц. № 02354 от 14.07.2000. Сдано в набор 17.10.2002. Подписано в печать 20.11.2002. Формат 60 × 84 $^1/_8$.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Усл. печ.л. 4,65. Уч.-изд.л. 4,60.
Тираж 600 экз. С 8556. Зак. 1014. Изд. № 2965/4

ИПК Издательство стандартов, 107076 Москва, Колодезный пер., 14.
http://www.standards.ru e-mail: info@standards.ru
Набрано в Издательстве на ПЭВМ
Филиал ИПК Издательство стандартов — тип. «Московский печатник», 105062 Москва, Лялин пер., 6.
Плр № 080102