

УДК 658.562.014:65.011.56

Группа Т59

# ОТРАСЛЕВОЙ СТАНДАРТ

ОСТ 1 00358-80

**ОТРАСЛЕВАЯ АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ  
СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ  
ПОДСИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ  
Методика оценки оптимальных значений  
показателей**

На 20 страницах

Введен впервые

Распоряжением Министерства от 20 июня 1980 г.

№ 087-16

срок введения установлен с 1 июля 1981 г.

Настоящий стандарт устанавливает метод оценки оптимальных значений показателей качества в отраслевой автоматизированной системе управления (ОАСУ). Поиск оптимальных значений показателей основан на методе случайного поиска.

№ изм.  
№ изв.

4483

Име. № дубликата  
Име. № подлинника

Издание официальное

ГР 8180073 от 30.10.80

Перепечатка воспрещена



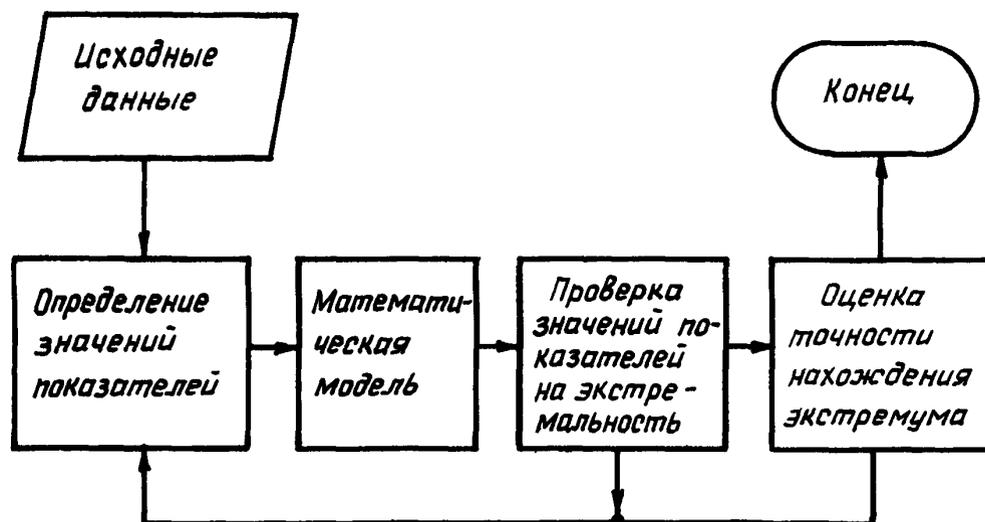
Метод позволяет решать условные и безусловные оптимизационные задачи с критериальной функцией и ограничениями произвольного характера.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Процесс определения оптимальных значений показателей методом случайного поиска представляет собой итеративную процедуру нахождения оценок данных показателей (вектора-аргумента  $\bar{X}$ ), соответствующих экстремальному (минимальному или максимальному) значению критерия  $Q$ .

Поиск экстремальных значений вектора-аргумента  $\bar{X} = \{X_1, \dots, X_i, \dots, X_n\}$ , ( $n$  - число показателей) осуществляется в некоторой области  $D$  конечного  $n$ -мерного евклидова пространства.

Укрупненная блок-схема процедуры поиска оптимальных значений показателей приведена на чертеже.



1.2. Применение метода случайного поиска рекомендуется:

- при решении оптимизационных задач с вероятностным характером управляемого процесса, поиск точного решения которых нецелесообразен;
- при решении оптимизационных задач, математические модели которых имеют сложную (нелинейную) структуру, большое число переменных ( $N \geq 10$ ) или малое число переменных ( $N < 10$ ) (при условии, что время решения последних должно быть не менее 1,5-3 с).

1.3. Построение математической модели оптимизационной задачи состоит в математическом описании критериальной функции  $Q(\bar{X})$ , соответствующей выбранному критерию  $Q$  и области поиска  $D$ . Вопросы построения математической модели в настоящем стандарте не рассматриваются.

№ взм.  
№ изв.

4483

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

1.4. Математические модели, описывающие соответствующие задачи управления качеством и надежностью, могут иметь произвольную структуру критериальной функции

$$Q = Q(\bar{X}), \quad (1)$$

и систему ограничений, определяющую область поиска  $D$

$$D: \begin{cases} \bar{X}_{min} \leq \bar{X} \leq \bar{X}_{max} \\ g_h(\bar{X}) \geq 0; \quad h = 1, m; \quad m \leq n, \end{cases} \quad (2)$$

где  $m$  - число функциональных ограничений;

$\bar{X}_{min}, \bar{X}_{max}$  - минимальное и максимальное значение вектора-аргумента  $\bar{X}$ .

1.5. Пользователь при решении конкретной оптимизационной задачи должен:

- сформулировать задачу управления, построить математическую модель и записать ее на алгоритмическом языке;
- сформировать исходные данные с учетом значений соответствующих операторов *FORMAT* и *DIMENSION*;
- ввести укомплектованную программу в ЭВМ.

## 2. АЛГОРИТМ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

### 2.1. Исходные данные

2.1.1. При реализации алгоритма используется система следующих исходных данных в виде массивов, констант и переменных:

$XO(J,I), XM(J,I), XN(J,I), W(J,I), D(J,I), VS(J,I), S_1(J,I), KI, KM, L, IX, NN, N1^1, NT, NQ, NS, DN, S_2, S_3, S_4, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7$ .

2.1.2. При формировании массивов, определяющих характер переменных и область допустимых значений, необходимо учитывать характер решаемой задачи оптимизации.

Если решается задача типа оптимального проектирования, т.е. если каждой переменной (например, интенсивности отказов, периодичности проверок и т.п.) поставлен ряд функциональных частей оптимизируемой системы (например, автопилот, блок радиуправления и т.д.), то индексы  $I$  и  $J$  имеют следующее содержание:

$I$  - индекс вида переменной;

$J$  - индекс функциональных частей системы, самостоятельно исследуемых в задаче оптимизации.

Если решается динамическая задача оптимизации, то индексы  $I$  и  $J$  имеют следующее содержание:

№ 434

№ 435

4463

Изм. № дубликата

Изм. № редакции

$I$  - индекс вида переменной;  
 $J$  - индекс интервала времени.

В остальных оптимизационных задачах значение индекса  $J$  принимается равным единице.

$XO(J, I)$  - массив значений координат исходной точки (любое значение вектора-аргумента  $\bar{X}$ , принадлежащее области допустимых значений, определяемой совокупностью простых и функциональных ограничений).

$XM(J, I)$ ,  $XN(J, I)$  - массивы максимальных и минимальных значений переменных, определяющих область допустимых значений.

$W(J, I)$  - массив признаков, определяющих тип переменной (непрерывной управляемой переменной соответствует признак 1, дискретной управляемой переменной соответствует признак 0).

При необходимости малочувствительные управляемые переменные в модели могут быть заменены на константы.

Данное преобразование осуществляется путем присвоения соответствующему элементу массива  $W(J, I)$  значения, равного 0,5.

$D(J, I)$  - массив шагов дискретности управляемых дискретных переменных (шаги дискретности для соответствующей  $I$ -й переменной могут быть одинаковыми и различными по  $J$ ).

Массив шагов дискретности  $D(J, I)$  заполняется только для дискретных переменных, остальным переменным в массиве соответствуют пробелы, которые в ЭВМ реализуются в нули.

$VS(J, I)$  - массив признаков, определяющих различие или единство значений  $I$ -й переменной по  $J$  (признак 0 соответствует переменной, имеющей различные значения по  $J$ , признак 10 соответствует переменной, имеющей единое значение по  $J$ ).

$S_1(J, I)$  - массив коэффициентов масштаба (начальное значение коэффициентов масштаба для всех переменных равно 2).

2.1.3. Значения констант и переменных назначаются в пределах указанных диапазонов в зависимости от характера задачи оптимизации и требуемой точности решения:

$NN$  - заданное число шагов поиска экстремума ( $NN \approx 300 \div 2000$ );

$KI$  - общее число управляемых переменных и констант, определяющее размерность исходного массива;

$KM$  - общее число управляемых переменных (в частном случае  $KM$  равняется  $KI$ );

$L$  - предельное число функционально самостоятельных частей системы (при отсутствии этих частей  $L = 1$ );

$IX$  - константа, используемая при генерации равномерно распределенных случайных чисел ( $IX = 71253$ );

$S_2$  - константа, характеризующая быстроту сходимости поиска ( $S_2 \approx 0,05 \div 0,1$ );

№ изм.  
№ изм.

4463

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

- $S_3$  - константа, определяющая максимальное значение коэффициентов масштаба по всем координатам (величина  $S_3$  определяется требованием точности поиска и изменяется в диапазоне от 10 до 100);
- $S_4$  - константа, определяющая меру близости экстремальных оценок (величина  $S_4$  определяется требованием к скорости сходимости и изменяется в диапазоне от 0,05 до 0,1);
- $NT$  - число случайных исходных точек поиска в области допустимых значений переменных ( $NT \geq 1$ );
- $N_1$  - число неэффективных шагов поиска, после которых осуществляется изменение коэффициентов масштаба ( $N_1 \approx 50-100$ );
- $NQ$  - число случайных пробных шагов при оценке статистического градиента критериальной функции;
- $D_1$  - константа, определяющая величину пробных шагов при оценке статистического градиента критериальной функции ( $D_1 \approx 0,005$ );
- $D_2$  - константа, определяющая величину рабочих шагов по соответствующим координатам при градиентном поиске ( $D_2 \approx 0,05-0,1$ );
- $D_3$  - коэффициент роста направленных шагов поиска ( $D_3 \approx 1,1-1,3$ );
- $NS$  - число направленных шагов поиска, после которых осуществляется увеличение коэффициента роста направленных шагов поиска  $D_3$  ( $NS \approx 2-5$ );
- $DN$  - константа, определяющая меру увеличения коэффициента  $D_3$  ( $DN \approx 1,2-2$ );
- $D_4$  - коэффициент уменьшения направленных шагов поиска ( $1 < D_4 < D_3$ );
- $D_5$  - константа, определяющая наличие или отсутствие функциональных ограничений (1 - наличие ограничений, 0 - отсутствие ограничений);
- $D_6$  - константа, определяющая характер экстремальной задачи (0 - задача минимизации, 1 - задача максимизации);
- $D_7$  - константа, определяющая величину уменьшения рабочих шагов при градиентном поиске ( $D_7 \approx 0,005-0,01$ ).

## 2.2. Процесс случайного поиска

2.2.1. Поиск оптимальных значений показателей начинается с исходной точки поиска  $\bar{X}_0$  с координатами  $XO(Y, I)$  и значением критериальной функции  $\hat{Q} = \hat{Q}(\bar{X}_0)$ .

2.2.2. Величина случайного  $K$ -го шага поиска определяется выражением

$$\bar{X}_K = \bar{X}_{K-1}^* + \bar{\Delta}_K, \quad (3)$$

где  $\bar{X}_{K-1}^*$  - значение вектора-аргумента, соответствующего найденной оценке экстремального значения критериальной функции за  $(K-1)$ -шагов поиска (исходное значение  $\bar{X}^*$  принимается равным  $\bar{X}_0$ );

$\bar{\Delta}_K$  - значение случайного  $K$ -го приращения вектора-аргумента.

№ изм.  
№ изд.

4483

Изд. № дубликата  
Изд. № редакции

2.2.3. Величина случайного  $K$ -го приращения вектора-аргумента определяется выражением

$$\bar{\Delta}_K = \bar{a} \bar{\xi}_K, \quad (4)$$

где  $\bar{a}$  -  $q$ -мерный вектор длины шага поиска  $\bar{a} = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1KM}; a_{21}, \dots, a_{ji}, \dots, a_{LKM})$ ;

$a_{ji}$  - длина шага поиска по  $j, i$ -й координате.

При этом  $a_{ji}$  определяется выражением

$$a_{ji} = \frac{1}{S_j(\mathcal{J}, I)} (X_M(\mathcal{J}, I) - X_N(\mathcal{J}, I)). \quad (5)$$

$\bar{\xi}_K$  -  $K$ -е значение  $q$ -мерного случайного нормированного вектора, равномерно распределенного по всем направлениям пространства оптимизируемых показателей

$$\bar{\xi}_K = (\xi_{11}, \xi_{12}, \dots, \xi_{1KM}; \xi_{21}, \dots, \xi_{ji}, \dots, \xi_{LKM}),$$

где  $\xi_{ji}$  - случайное нормированное значение  $j, i$  координаты, равномерно распределенной в интервале  $[-1, 1]$ . При этом  $\xi_{ji}$  определяется выражением

$$\xi_{ji} = \frac{\xi_{ji}^0}{\sqrt{\sum_{j=1}^q (\xi_{ji}^0)^2}}, \quad (6)$$

где  $\xi_{ji}^0$  - случайное число, равномерно распределенное в интервале  $[-1, 1]$ , получаемое методом функциональных преобразований случайных чисел  $\xi_{ji}^*$ , случайно распределенных в интервале  $[0, 1]$  в соответствии с выражением

$$\xi_{ji}^0 = 2 \cdot \xi_{ji}^* - 1. \quad (7)$$

2.2.4. Размерность векторов  $\bar{a}$  и  $\bar{\xi}_K$  определяется выражением

$$q = L \cdot KM - \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{KM} x_{ji} - \sum_{i=1}^{KM} SVS_i, \quad (8)$$

при этом

$$x_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если } W(\mathcal{J}, I) = 0,5 \\ 0, & \text{если } W(\mathcal{J}, I) = 1 \vee 0, \end{cases} \quad (9)$$

$$SVS_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^L f_{ji} - 1, & \text{если } \sum_{j=1}^L f_{ji} > 1 \\ \sum_{j=1}^L f_{ji}, & \text{если } \sum_{j=1}^L f_{ji} \leq 1. \end{cases} \quad (10)$$

2.3. Проверка случайного шага поиска на экстремальность

2.3.1. Проверка случайного шага поиска на экстремальность осуществляется

путем проверки неравенства

$$\begin{aligned} \hat{Q}_K - Q^* &< 0 && \text{(при минимизации),} \\ \hat{Q}_K - Q^* &> 0 && \text{(при максимизации),} \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\hat{Q}_K$  - текущее значение критериальной функции на  $K$ -ом шаге поиска;  
 $Q^*$  - оценка экстремального значения критериальной функции, найденной за  
 ( $K - 1$ ) шагов поиска.

2.3.2. Если соответствующее неравенство выполняется, то осуществляется операция присвоения

$$\bar{X}^* = \bar{X}_K \quad \text{и} \quad Q^* = \hat{Q}_K, \quad (12)$$

и начинается процесс направленного поиска, в противном случае продолжается случайный поиск.

#### 2.4. Процесс направленного поиска

2.4.1. Направленное приращение вектора-аргумента определяется выражением

$$\bar{\Delta} d_N = \bar{\Delta} d_{N-1} D_3, \quad (13)$$

где  $d_N$  - число направленных шагов.

Если  $d_N = 1$ , то

$$\bar{\Delta} d_{N-1} = \bar{\Delta}_K, \quad (14)$$

где  $\bar{\Delta}_K$  - случайное значение приращения вектора-аргумента, соответствующее последней экстремальной оценке, найденной случайным поиском.

2.4.2. Если число удачных направленных шагов  $d_N > NS$ , то осуществляется увеличение коэффициента роста направленного приращения вектора-аргумента

$$D_3 = D_3' \cdot DN. \quad (15)$$

2.4.3. Процесс направленного движения в пространстве оптимизируемых показателей осуществляется до первого неудачного шага (направленный шаг, для которого не выполняется условие экстремальности оценки).

2.4.4. Если число  $d_N > 1$ , то после неудачного шага осуществляется обратный направленный шаг, значение которого определяется выражением

$$\bar{X}_{d_{N+2}} = \bar{X}_{d_N} - \frac{\bar{\Delta} d_{N+1}}{D_4} \quad (16)$$

Если  $d_N = 1$ , обратный направленный шаг не осуществляется и начинается градиентный поиск.

#### 2.5. Процесс градиентного поиска

2.5.1. При градиентном поиске оценка направления движения в пространстве оптимизируемых показателей осуществляется путем статистической оценки градиента критериальной функции в окрестности последнего значения  $\bar{X}^*$ .

2.5.2. Статистическая оценка градиента осуществляется двумя способами:

- если число оптимизируемых показателей невелико ( $q \leq 10$ ), то оценка градиента осуществляется методом центральной пробы по формуле

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{g} [q(\bar{X}^* + \bar{g} \bar{l}) - q(\bar{X}^*)], \quad (17)$$

№ изм.

№ изв.

4463

Изм. № дубликата

Изм. № седанника

где  $\bar{g}$  - вектор значений пробных шагов;

$\bar{l}$  - вектор координатных орт;

- если число оптимизируемых показателей велико ( $q > 10$ ), то оценка градиента осуществляется методом непарных проб относительно среднего

$$\bar{\lambda} = \sum_{h=1}^{NQ} (\bar{\xi}_h - \bar{\xi}_{cp}) [Q(\bar{X}^* + \bar{\xi}_h) - Q_{cp}], \quad (18)$$

при этом

$$\bar{\xi}_{cp} = \frac{1}{NQ} \sum_{h=1}^{NQ} \bar{\xi}_h; \quad Q_{cp} = \frac{1}{NQ} \sum_{h=1}^{NQ} Q(\bar{X}^* + \bar{\xi}_h), \quad (19)$$

где  $\bar{\xi}_h$  - случайные значения вектора-аргумента, равномерно распределенные в пространстве оптимизируемых переменных, ограниченного по каждой координате интервалом  $[-g, g]$ .

Величина  $g$  определяется выражением

$$|g| = D_1 [X_M(J, I) - X_N(J, I)]. \quad (20)$$

2.5.3. Величина градиентного шага по каждой координате определяется выражением

$$Xd_r(J, I) = X^*(J, I) + \Delta d_r(J, I). \quad (21)$$

Здесь

$$\Delta d_r(J, I) = a \frac{\lambda(J, I)}{\sqrt{\sum_r [\lambda(J, I)]^2}} D_2 \left( \frac{X_M(J, I) - X_N(J, I)}{S_1(J, I)} \right). \quad (22)$$

Величина константы  $a$  равна  $-1$  при решении задачи минимизации критериальной функции и  $+1$  при решении задачи максимизации критериальной функции.

2.5.4. После первого неудачного градиентного шага осуществляется процедура оценки положения экстремума в области  $\bar{X}^* \div (\bar{X}^* + \Delta d_r)$  относительно точки пространства, определяемого координатами вектора  $\bar{X}^*$ .

Данная процедура основывается на принципах дихотомии и состоит из следующих операций:

- определения нового значения приращения путем деления пополам приращения  $\Delta d_r$

$$\bar{\Delta} d_g = \frac{\bar{\Delta} d_r}{2}, \quad (23)$$

где  $d_g$  - порядковый номер процедуры дихотомии;

- оценки значения критериальной функции в точке оптимизируемого пространства с координатами

$$\bar{X} d_g = \bar{X}^* + \bar{\Delta} d_g. \quad (24)$$

№ изм.  
№ изв.

4463

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

Если  $\Delta Q < 0$  (для задачи минимизации), то  $\bar{\chi}^* = \bar{\chi} d_g$  и повторяется операция деления  $\bar{\Delta} d_g$  относительно нового значения  $\bar{\chi}^*$ .

Если  $\Delta Q > 0$ , то значение вектора  $\bar{\chi}^*$  не пересчитывается и операция деления  $\bar{\Delta} d_g$  осуществляется относительно исходного значения  $\bar{\chi}^*$ .

Данная процедура оценки положения экстремума прекращается после того, как выполнится условие

$$\bar{\Delta} d_g < D_7 (\bar{\chi}_M - \bar{\chi}_N). \quad (25)$$

## 2.6. Итеративный пересчет коэффициентов масштаба зоны поиска

2.6.1. Изменение коэффициентов масштаба зоны поиска осуществляется после выполнения неравенства

$$K8 > N1, \quad (26)$$

где  $K8$  - число случайных шагов поиска после последнего резкого изменения положения оценки экстремума критериальной функции в пространстве оптимизируемых переменных.

В качестве меры резкого изменения оценки экстремума критериальной функции используется неравенство

$$|Q_{\mathcal{X}}^* - Q_{\mathcal{X}-1}^*| > S_2 Q_{\mathcal{X}}^*, \quad (27)$$

где  $\mathcal{X}$  - индекс порядкового номера найденной экстремальной оценки критериальной функции.

При изменении масштаба зоны поиска учитывается величина и взаимное положение оценок экстремума, полученные в процессе поиска.

2.6.2. Остановка поиска осуществляется при выполнении одного из двух неравенств

$$K > NN, \quad AMIN > S_3, \quad (28)$$

где  $K$  - общее число случайных шагов поиска;

$AMIN$  - минимальное значение коэффициента масштаба зоны поиска в пространстве оптимизируемых показателей.

## 2.7. Выходные данные

2.7.1. Выходными данными алгоритма являются:

$CB$  - конечное значение экстремальной оценки критериальной функции (в случае поиска экстремума критериальной функции с различных исходных точек поиска на печать выводятся все конечные значения экстремума, соответствующие каждой исходной точке поиска);

$CX(I, I)$  - массив оптимальных значений показателей (переменных), соответствующих конечному значению экстремальной оценки критериальной функции.

Кроме этого на печать выводятся все исходные данные.

№ изм.

№ изм.

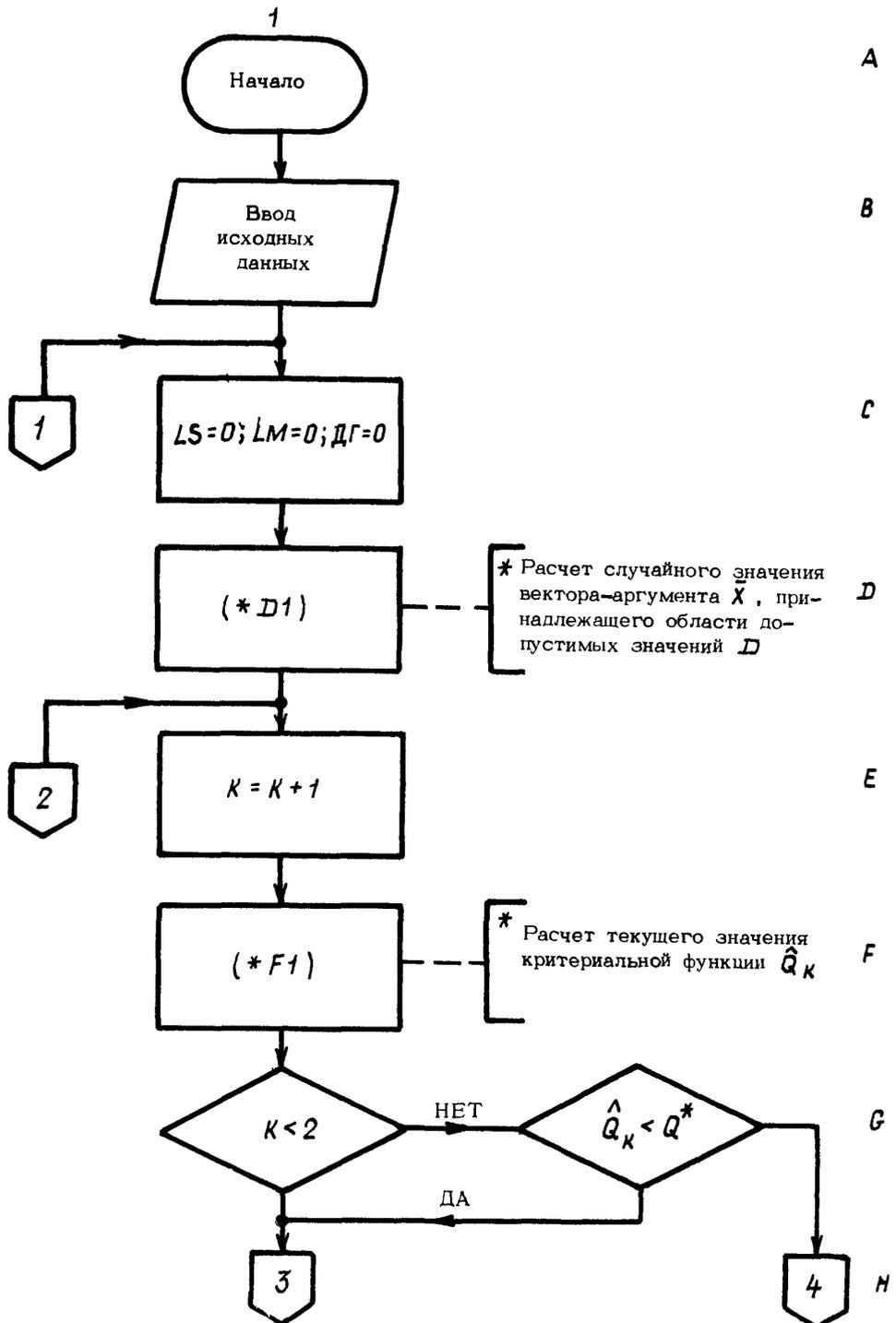
4463

Изм. № дубликата

Изм. № подлинника



БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ  
ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

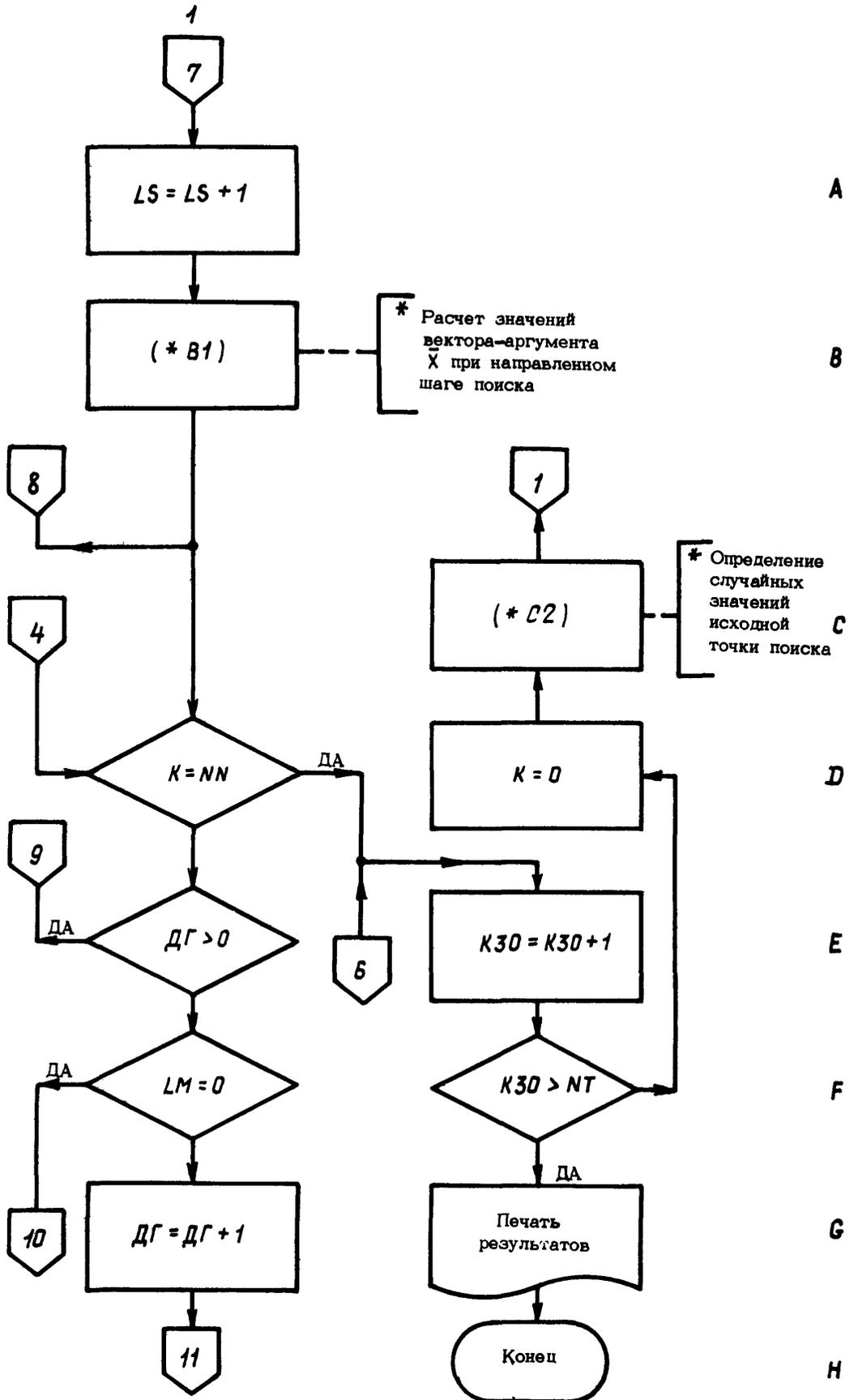


№ изм.  
№ изв.

4463

Ив. № дубликата  
Ив. № подлинника



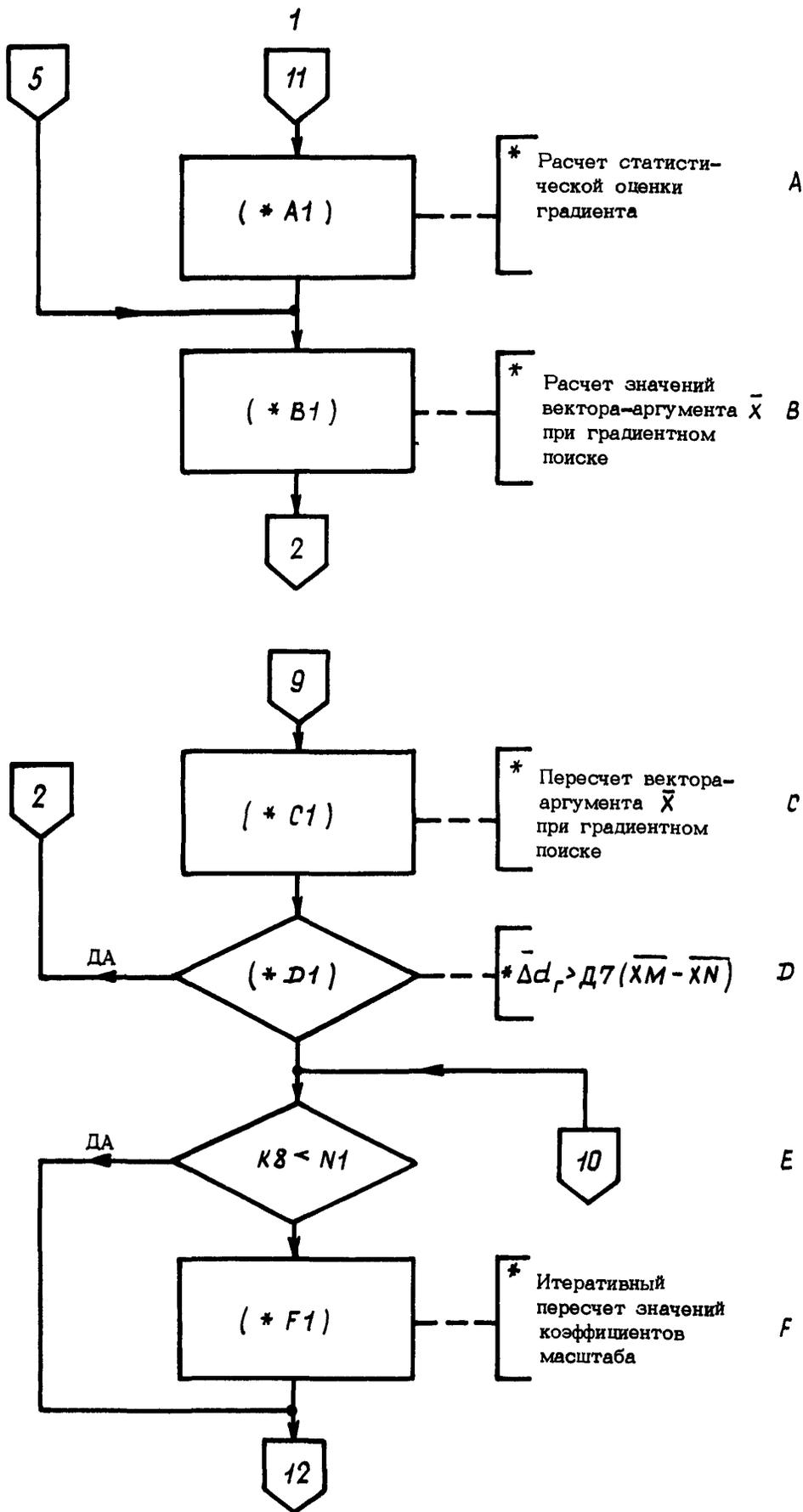


№ изм.  
№ изв.

4463

Ив. № дубликата  
Ив. № подлинника

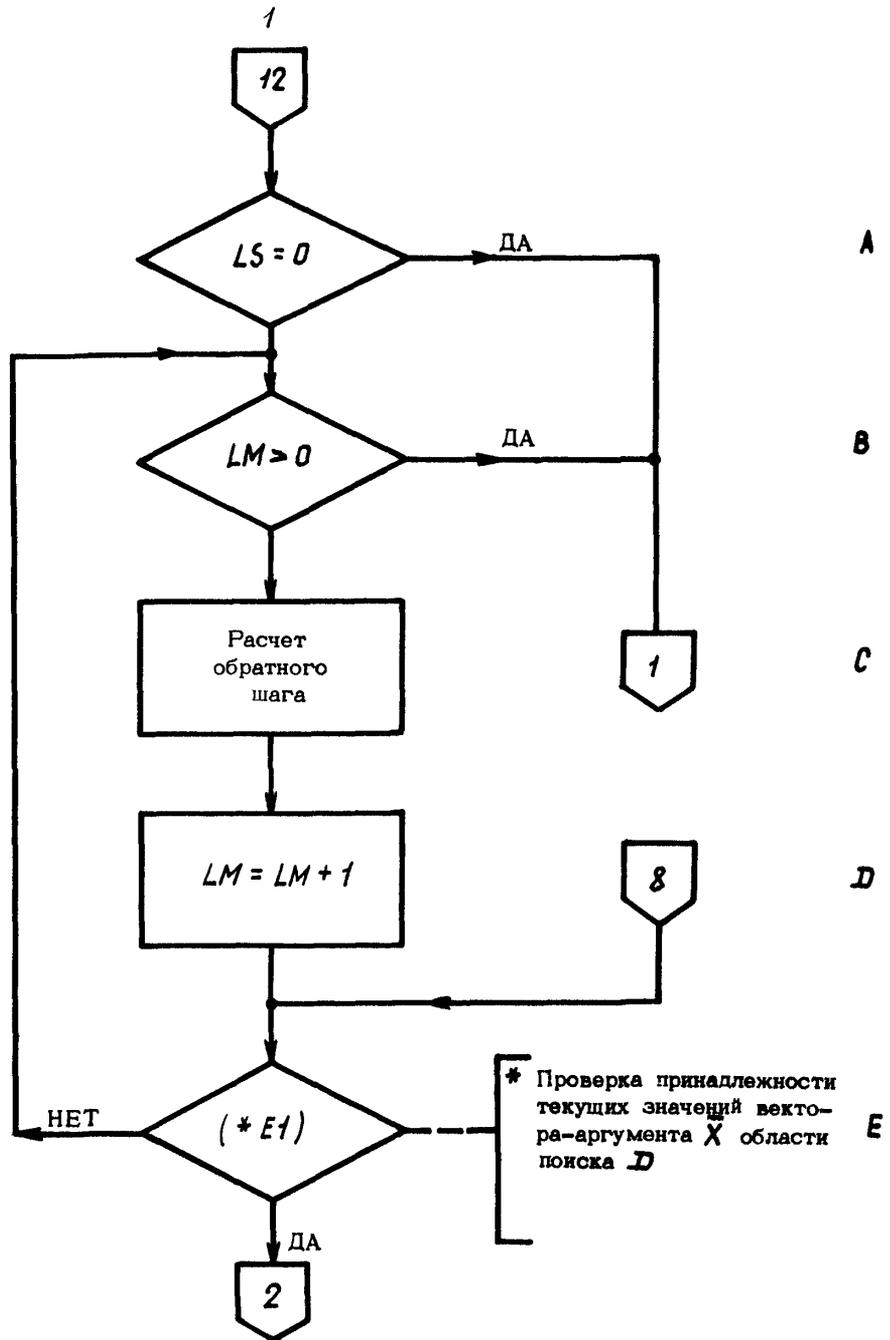
A  
B  
C  
D  
E  
F  
G  
H



№ 43И.  
№ 43В.

4483

Име. № дубликата  
Име. № подлинника



Примечание. На схеме применены следующие условные обозначения:

- $LS$  - индекс счетчика числа удачных шагов поиска;
- $LM$  - индекс счетчика числа неудачных шагов поиска;
- $K30$  - индекс счетчика числа исходных точек поиска;
- $DI$  - индекс переменной, определяющей факт проведения расчета градиента (1 - проведение расчета градиента, 0 - непроведение расчета градиента).

№ изм.  
№ изв.

4463

Ив. № дубликата  
Ив. № подлинника

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Справочное

ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АЛГОРИТМА ПОИСКА  
ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Пример 1.

1. Определить значения управляющих воздействий  $U_j(K)$ , (где  $K$  - число шагов оптимизации), оптимизирующих процесс изменения показателей  $\Pi_i(K)$  ( $i$  - индекс типа показателей) производственного контура подсистемы управления качеством (УК).

2. Рассматривается упрощенный вариант модели управления, состоящий из двух подпроцессов:

- контроля обеспечения качества готовых изделий в сборочном производстве;
- контроля поддержания качества изделия при гарантийной эксплуатации.

Предполагается, что приложение управляющих воздействий возможно лишь в первом подпроцессе ( $j = 1$ ).

3. В этих условиях постановка задачи оптимального управления формулируется следующим образом.

Требуется найти оптимальное управление  $\{U_1(K), K = 2, 3, \dots, N-1\}$  ( $N$  - число интервалов оптимизации) при ограничениях  $U_1(K) > 0$ ;  $U_1(1) = 0$ ;  
 $\sum_{K=2}^{N-1} U_1(K) < 0,1$  и соответствующую ему траекторию вида

$$\begin{cases} \Pi_1(K+1) = \Pi_1(K) + 0,8 U_1(K) + 0,4 U_1(K-1); \\ \Pi_2(K+1) = \Pi_2(K) + 0,5 U_1(K) + 0,2 U_1(K-1), \end{cases}$$

максимизирующее критерий качества управления  $J = \Pi_2(N)$  и удовлетворяющее начальным условиям  $\Pi_1(2) = 0,9$ ;  $\Pi_2(2) = 0,9$  и ограничениям  $\Pi_1(N) \leq 0,999$ ;  $\Pi_2(N) \leq 0,999, N = 7$ .

4. Данная задача относится к задачам динамического программирования с критерием качества регулирования, зависящим лишь от конечного состояния.

5. Результат поиска приведен в табл. 1. Таблица 1

Интервал оптимизации K	Показатель состояния подпроцессов.		Управляющее воздействие $U_1$
	$\Pi_1$	$\Pi_2$	
2	0,900	0,900	0,008
3	0,906	0,903	0,018
4	0,923	0,914	0,010
5	0,932	0,923	0,02ε
6	0,962	0,941	0,03ε
7	0,998	0,959	-

При этом  $\sum_{K=2}^{N-1} U_1(K) = 0,098$ .

№ изм.  
№ изв.

4463

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

6. Решение данной задачи методом, основанным на принципе максимума, имеет следующий вид

$$\pi_1(7) = 0,989 ; \quad \pi_2(7) = 0,960 \quad \text{при} \quad \sum_{k=2}^{N-1} u_1(k) = 0,101.$$

Пример 2.

1. Найти оптимальный вариант программы мероприятий, направленных на улучшение качества изделий.

В качестве критерия используется суммарный эффект от реализации программы мероприятий.

2. Математически задача состоит в нахождении вектора  $\bar{Z}$ , максимизирующего критериальную функцию вида

$$Q = \sum_{i=1}^N SSW_i Z_i \rightarrow \max$$

при условии, что искомый вектор  $\bar{Z}$ , определяющий программу мероприятий, принадлежит области допустимых решений, описываемой системой неравенств

$$Z_i^H \leq Z_i \leq Z_i^B, \quad i = 1, N$$

$$\Phi_j(\bar{Z}) = \sum_{i=1}^N q_{ji} Z_i \leq QQ_j, \quad j = 1, NR,$$

где  $N$  - число типов изделий;

$SSW_i$  - эффект от реализации одного мероприятия по изделию  $i$ -го типа;

$Z_i^H, Z_i^B$  - заданные значения нижних и верхних границ количества мероприятий по изделию  $i$ -го типа;

$NR$  - количество лимитирующих ресурсов;

$\Phi_j(\bar{Z})$  - величина потребного годового фонда  $j$ -го ресурса;

$q_{ji}$  - нормы расхода  $j$ -го ресурса при проведении мероприятий по  $i$ -му изделию;

$QQ_j$  - величина наличного фонда ресурсов  $j$ -го вида.

3. В рассматриваемом примере  $N = 6, NR = 9$ .

Нормы расхода соответствующих ресурсов  $q_{ji}$  и величины  $QQ_j$  в условных единицах приведены в табл. 2.

Таблица 2

Наименование ресурса	Норма расхода $j$ -го ресурса						Наличный фонд $j$ -го ресурса $QQ_j$
	1	2	3	4	5	6	
Площадь сборки	1,0	1,0	1,0	2,0	0,1	0,1	60
Оборудование типа А	0	1	1	2	1	1	60
Трудоемкость	99,40	37,75	19,75	54,40	74,45	53,00	2000

№ изм.  
№ изв.

4463

Изм. № дубликата  
Изм. № подлинника

Продолжение табл. 2

Наименование ресурса	Норма расхода $j$ -го ресурса						Наличный фонд $j$ -го ресурса $QQ_j$
	1	2	3	4	5	6	
Оборудование типа Б	2,400	1,540	0	0	0	0	351
Оборудование типа В	2,400	1,960	0	0	0	0	448
Материалы типа А	1,800	3,300	5,330	0	0	0	479
Материалы типа Б	0	0	2,070	0	8,700	0	388
Оснастка	0	0	0,498	0	19,100	12,363	424
Приспособления	0	3,000	0,364	0	9,100	26,737	359

4. Значения эффекта от реализации одного мероприятия по изделию  $i$ -го типа в условных стоимостных единицах приведены в табл. 3.

Таблица 3

Тип изделия $i$	$SSW_i$	Тип изделия $i$	$SSW_i$
1	93,400	4	72,050
2	72,350	5	217,250
3	27,300	6	455,000

Оптимальный вариант мероприятий, обеспечивающих максимальный суммарный эффект от их реализации  $Q = 7725,212$  условных стоимостных единиц, приведен в табл. 4.

Таблица 4

Тип изделия $i$	$Z_i$	Тип изделия $i$	$Z_i$
1	0	4	19
2	0	5	4
3	1	6	12

Возможности использования алгоритма при решении различных оптимизационных задач, не имеющих физического приложения к задачам в подсистеме УК, продемонстрированы на следующих примерах.

Пример 3.

1. Найти оптимальные значения вектора  $\bar{X}$ , соответствующие глобальному минимуму критериальной функции

$$Q = 15 + 10 \cdot e^{(-0,05X_1)} \cdot \cos(0,7X_1) + 0,1X_2$$

в области допустимых значений, определенной простыми ограничениями вида

$$0 \leq X_1 \leq 20; \quad 0 \leq X_2 \leq 20.$$

2. Данная функция имеет 12 экстремумов.

Глобальный экстремум  $Q_{гл} = 6,990$  при  $X_1 = 4,405$  и  $X_2 = 0$ .

Найденная оценка глобального экстремума  $\hat{Q}_{гл} = 6,992$  при  $\hat{X}_1 = 4,399$  и  $\hat{X}_2 = 0,002$  (время поиска  $t \approx 2$  с).

№ изм.  
№ изв.

4463

Ив. № дубликата  
Ив. № подлинника

Пример 4.

1. Найти оптимальные значения вектора  $\bar{X}$ , соответствующие глобальному максимуму критериальной функции.

$$Q = 75,196 - 3,8112 \cdot X_1 + 0,12694 \cdot X_1^2 - 2,0567 \cdot 10^{-3} \cdot X_1 + 1,0345 \cdot 10^{-5} \cdot X_1^4 - \\ - 6,8306 \cdot X_2 + 0,030234 \cdot X_1 X_2 - 1,2813 \cdot 10^{-3} X_2 X_1^2 + 3,5256 \cdot 10^{-5} X_2 X_1^3 - \\ - 2,266 \cdot 10^{-7} \cdot X_2 X_1^4 + 0,25645 \cdot X_2^2 - 3,4604 \cdot 10^{-3} \cdot X_2^3 + 1,3514 \cdot 10^{-5} \cdot X_2^4 - \\ - \frac{28,106}{X_2 + 1} - 5,2375 \cdot 10^{-6} \cdot X_1 X_2^2 - 6,3 \cdot 10^{-8} \cdot X_1^3 X_2^2 + 7 \cdot 10^{-10} \cdot X_1^3 X_2^3 + \\ + 3,4054 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 X_2^2 - 1,6638 \cdot 10^{-6} \cdot X_1 X_2^3 - 2,8673 \cdot \exp(0,0005 X_1 X_2)$$

в областях допустимых значений, определенной ограничениями вида

$$\begin{cases} 0 \leq X_1 \leq 75, \\ 0 \leq X_2 \leq 65, \\ X_1 X_2 - 700 \geq 0, \\ X_2 - 5 \left( \frac{X_1}{25} \right)^2 \geq 0, \\ (X_2 - 50)^2 - 5 (X_1 - 55) \geq 0. \end{cases}$$

2. Найденная оценка глобального экстремума  $\hat{Q} = 6,728$  при  $\hat{X}_1 = 45,631$   
и  $\hat{X}_2 = 51,638$ .

Время поиска  $t \approx 14$  с.

№ изм.  
№ изв.

4463

Имя. № дубликата  
Имя. № подлинника

